

**UE Probabilités et Statistique**

**Examen : Probabilités et Statistique III – Session 2 – Juin 2011**

*Durée de l'épreuve : 2h00.*

Enseignant : M. EL OUARDIGHI

*Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques (7 pages).*

Les calculatrices autorisées sont celles retenues par le conseil de la Faculté.

*Barème indicatif : I. 3+3=6 points. II. 2+2+3 = 7 points. III. 3+2+2=7 points.*

*Temps moyen indicatif : I. 30mn. II. 40mn. III. 40mn.*

Sujet

I. Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires égales à 'la durée de vie des piles électriques' respectivement pour deux productions différentes. Nous supposons que les hypothèses de la normalité des deux variables sont vérifiées. Un prélèvement de deux échantillons indépendants de piles électriques et la mesure de la durée de vie en heures de chacune d'elles donnent les résultats suivants :

	Nombre de piles observées	Durée de vie moyenne observée	Variance empirique corrigée
Production 1	18	114	94
Production 2	20	105	84

L'objectif de cet exercice est de vérifier si les espérances de vie des piles électriques pour les deux productions diffèrent. En particulier, nous vous proposons les étapes ci-dessous.

- I.1. Définir et tester l'hypothèse à faire préalablement avant le test de comparaison des moyennes, en particulier, peut-on accepter l'hypothèse selon laquelle  $X$  et  $Y$  ont la même variance au seuil d'erreur de 10% ?
- I.2. Poser les hypothèses du test de comparaison des espérances de vie. Définir la statistique de décision et sa loi sous l'hypothèse nulle. Construire la région critique (ou la région d'acceptation) pour un seuil d'erreur de 10% et conclure.
- II. Un laboratoire souhaite comparer l'effet de deux somnifères SOM1 et SOM2 qui procurent des durées de sommeil aléatoires notées  $X_1$  et  $X_2$  respectivement (les variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  sont supposées gaussiennes). Pour cela, les responsables du laboratoire ont choisi au hasard 7 personnes à qui ils administrent successivement et à une semaine d'intervalle, les deux somnifères. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous. On cherche à savoir si le somnifère SOM2 procure plus de sommeil que le somnifère SOM1 pour un seuil d'erreur de 10%.

$X_1$	7.9	8.9	8.2	8.4	7.9	7.8	8.3
$X_2$	9.3	8.4	8.9	9.9	8.0	8.6	8.1

- II.1. Discuter le type de test à considérer et définir ses hypothèses nulle et alternative.
- II.2. Soit la variable aléatoire  $D = X_2 - X_1$ . Réécrire les hypothèses nulle et alternative en considérant la variable aléatoire  $D$ . Définir la statistique de décision et sa loi sous l'hypothèse nulle.
- II.3. Définir et calculer la variance de la variable de décision. Construire ensuite la région critique (ou la région d'acceptation) pour un seuil d'erreur de 10% et conclure.
- III. Dans une population, on interroge un échantillon aléatoire de personnes âgées de 21 ans et plus sur la propriété de leur logement. L'échantillon est fractionné en deux sous-groupes de 149 personnes âgées de 21 ans à 41 ans et de 235 personnes âgées de 42 ans et plus. Les pourcentages des propriétaires dans les deux groupes sont respectivement de 39% et 52%. On cherche à savoir si les deux pourcentages sont significativement différents.
- III.1. Définir les hypothèses du test, la variable de décision et ses paramètres.
- III.2. Calculer la région d'acceptation et conclure au seuil d'erreur de 5%.
- III.3. Définir le risque de 2<sup>ème</sup> espèce et la puissance du test. Calculer cette dernière si en réalité la différence entre les pourcentages des propriétaires est de l'ordre de 3.9%.