

L1 ECONOMIE-GESTION STATISTIQUES et PROBABILITES II

Durée de l'épreuve : 2 heures
Aucun autre document n'est autorisé.
Calculatrice autorisée

Année 2011/2012

SUJET DE LA SESSION DE MAI

*Il vous est demandé d'apporter un soin particulier à la présentation de votre copie.
Toute information calculée devra être justifiée.*

Exercice I (4 points)

Dans une commune de 15 000 ménages, les revenus (mensuels) X des ménages suivent un loi normale $N(\mu, \sigma^2)$. Une étude montre que 10 % des ménages ont des revenus supérieurs à 6 000 € et 20 % des revenus inférieurs à 900 €.

- 1) Calculer l'espérance et la variance de X .
- 2) Calculer la probabilité qu'un ménage choisi au hasard ait un revenu compris entre 1 000 et 4 000 euros.
- 3) Trouver deux réels a et b de sorte que 50 % des ménages aient un revenu compris entre a et b , l'intervalle $[a, b]$ étant centré sur $E(X)$.

Exercice II (5 points)

Dans une région française, on estime à 5 % le nombre de fausses pièces de 1€ en circulation. Soit X le nombre de fausses pièces de 1€ dans une recette de M euros composée uniquement de pièce de 1€.

- 1) Déterminer la loi de X .
- 2) Montrer que pour M grand ($M > 50$), on peut approcher la loi de X par une loi de Poisson dont on précisera le paramètre.
- 3) Calculer la probabilité que sur une recette de $M = 80$ €, il n'y ait que 2 fausses pièces de 1€,
 - a) sans utiliser la question 2), c'est-à-dire sans l'approximation.
 - b) en utilisant la question 2), c'est-à-dire avec l'approximation.
- 4) Déterminer la probabilité que le nombre de fausses pièces d'une recette de $M = 120$ €, soit inférieur ou égal à 8.
- 5) Un commerçant observe que 8 fois sur 10, sa recette M (supposée fixe et composée uniquement de pièces de 1€) contient au moins 7 fausses pièces. Quelle est la recette de ce commerçant ?

Exercice III (4 points)

Les spécifications d'un ordinateur portable précisent une autonomie (de fonctionnement sur batterie) de 4h30. Après demande de précisions, il s'avère que l'autonomie en minutes X est distribuée suivant une loi normale $N(270, 30)$.

- 1) Donner l'espérance et la variance de X ?
- 2) Quelle est la probabilité que l'ordinateur fonctionne moins de 4 heures ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'il fonctionne plus de 5h30 ?
- 4) Après 6 mois d'utilisation, on observe que 1 fois sur 3, l'autonomie est inférieure à 4 heures. Si on suppose l'écart-type inchangé (égal à 30 minutes), quelle est l'autonomie moyenne de fonctionnement après 6 mois ?

Exercice IV (7 points)

Les cours de deux actions X et Y varient respectivement de 45 € à 55 € et de 40 € à 60 €. Les probabilités conjointes des cours des deux actions sont données dans le tableau suivant :

ACTION X \ ACTION Y	ACTION Y		
	40 €	50 €	60 €
45 €	0,05	0,15	0,10
50 €	0,00	0,35	0,05
55 €	0,10	0,20	0,00

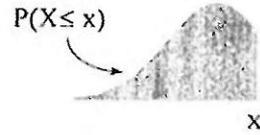
- 1) Études des lois marginales
 - a) Calculer la loi marginale de X et de Y .
 - b) Calculer l'espérance et l'écart-type de X et de Y .
- 2) Étude du couple
 - a) Calculer la corrélation entre X et Y .
 - b) Interpréter la valeur trouvée.
 - c) Peut-on en conclure que les cours des deux actions sont indépendants ?
- 3) Application : Portefeuille d'actions

Un portefeuille est composé de deux actions. Soit T la valeur (actualisée) du portefeuille.

 - a) Calculer l'espérance et l'écart-type de T si le portefeuille est composé de 2 actions X .
 - b) Même question si le portefeuille est composé de 2 actions Y .
 - c) Même question si le portefeuille est composé d'une action X et d'une action Y .
 - d) Que pouvez-vous conclure ?

Table de la variable aléatoire Normale réduite

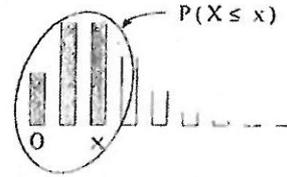
Fournit la probabilité $P(X \leq x)$
pour $X \sim N(0,1)$



x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0,0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0,1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0,2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0,3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0,4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0,5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0,6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0,7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0,8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0,9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1,0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1,1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1,2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1,3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1,4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1,5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1,6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1,7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1,8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1,9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2,0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2,1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2,2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2,3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2,4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2,5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2,6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2,7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2,8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2,9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3,0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3,1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3,2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3,3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3,4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Table de la variable aléatoire de Poisson

Fournit la probabilité $P(X \leq x)$
pour $X \sim \text{Po}(\lambda)$



λ	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
x											
0	0,9512	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,9988	0,9953	0,9825	0,9631	0,9384	0,9098	0,8781	0,8442	0,8088	0,7725	0,7358
2	1,0000	0,9998	0,9989	0,9964	0,9921	0,9856	0,9769	0,9659	0,9526	0,9371	0,9197
3		1,0000	0,9999	0,9997	0,9992	0,9982	0,9966	0,9942	0,9909	0,9865	0,9810
4			1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9996	0,9992	0,9986	0,9977	0,9963
5					1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9997	0,9994
6								1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
7											1,0000

λ	1,20	1,40	1,60	1,80	2	3	4	5	6	8	10
x											
0	0,3012	0,2466	0,2019	0,1653	0,1353	0,0498	0,0183	0,0068	0,0025	0,0003	0,0000
1	0,6626	0,5918	0,5249	0,4628	0,4060	0,1992	0,0916	0,0404	0,0174	0,0030	0,0005
2	0,8795	0,8335	0,7834	0,7306	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,0620	0,0138	0,0028
3	0,9662	0,9463	0,9212	0,8913	0,8571	0,6472	0,4335	0,2650	0,1512	0,0424	0,0103
4	0,9923	0,9857	0,9763	0,9636	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,2851	0,0996	0,0293
5	0,9985	0,9968	0,9940	0,9896	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160	0,4457	0,1912	0,0671
6	0,9997	0,9994	0,9987	0,9974	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063	0,3134	0,1301
7	1,0000	0,9999	0,9997	0,9994	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,7440	0,4530	0,2202
8	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8472	0,5925	0,3328
9				1,0000	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161	0,7166	0,4579
10						0,9997	0,9972	0,9863	0,9574	0,8159	0,5830
11						0,9999	0,9991	0,9945	0,9799	0,8881	0,6968
12						1,0000	0,9997	0,9980	0,9912	0,9362	0,7916
13							0,9999	0,9993	0,9964	0,9658	0,8645
14							1,0000	0,9998	0,9986	0,9827	0,9165
15								0,9999	0,9995	0,9918	0,9513
16								1,0000	0,9998	0,9963	0,9730
17									0,9999	0,9984	0,9857
18									1,0000	0,9993	0,9928
19										0,9997	0,9965
20										0,9999	0,9984
21										1,0000	0,9993
22											0,9997
23											0,9999
24											1,0000