

IDENTIFICATION DE L'ÉTUDIANT			Lettres	6 chiffres
AMPHI <input type="checkbox"/>	PLACE <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	CODE <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

N° de l'Étudiant \_\_\_\_\_  
(uniquement en cas d'impossibilité avérée de fournir le n° de code)

## L1 – MACROÉCONOMIE I

### Corrigé du Contrôle terminal – 2<sup>ème</sup> session – juin 2012

Chargé de cours : Éric Fries Guggenheim

Chargés de TD :

Jean-Philippe Atzenhoffer, Éric Fries Guggenheim, Luc Naegele, Lionel Rischmann, Jacques Salvan

**Durée totale de l'épreuve : 2 heures**

Documents autorisés : NÉANT

Dictionnaire bilingue pour les candidats étrangers nominativement autorisés uniquement

**Calculatrices réglementaires uniquement**

Les deux exercices sont indépendantes et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre.

**Veillez répondre sur le sujet même,  
et exclusivement dans les espaces prévus à cet effet**

**Exercice 1.** (10 points)

Question 1.1. Qu'est-ce que le Tableau Économique d'Ensemble ?

#### **Cadre de réponse question 1.1**

Le tableau économique d'ensemble (TEE) est une façon astucieuse de présenter l'ensemble des systèmes de comptes intégrés des cinq secteurs institutionnels de la comptabilité nationale plus le reste du monde juxtaposés en un seul grand tableau représentant la production, la répartition et l'utilisation du Produit Intérieur Brut (PIB).

Ce dernier y apparaît sous ses trois visages :

1. Produit intérieur brut ;
2. Revenu intérieur brut ;
3. Dépense intérieure brute.

Le TEE est une sorte de circuit économique, une maquette de l'économie de l'entité étudiée, l'économie de la France par exemple. Il permet en dernière instance de dégager les **Capacités de financement** (en général des *Sociétés financières* [SF], des *Ménages* [MEN] et des *Institutions sans but lucratif au service des ménages* [ISBL<sub>SM</sub>] ici intégrées aux Administrations publiques malheureusement) et les **Besoins de financement** (en général des *Sociétés non financières* [SNF] et des Administrations publiques [APU]) des différents secteurs institutionnels. Il permet enfin de faire apparaître la capacité ou le besoin de financement de l'entité économique étudiée, de la France par exemple, par rapport au Reste du monde.

**Cf. : Piriou, Jean-Paul. *La comptabilité nationale*. Éditions La Découverte : Paris (1987) 2008. Quinzième édition. Page 86.**

Question 1.2. Complétez le compte des ménages ci-dessous

## Les comptes des ménages en 2010

(7 comptes)

(en milliards d'Euro)			
Emplois		Ressources	
<b>Compte de production</b>			
Consommations intermédiaires	94,8	Production marchande	239,8
		Production pour emploi final propre	185,9
<b>Valeur ajoutée brute</b>	<b>330,9</b>		
<b>Compte d'exploitation</b>			
Rémunération des salariés	43,8	<b>Valeur Ajoutée Brute</b>	<b>330,9</b>
Impôts sur la production	16,5		
Subventions d'exploitation	-3,2		
<b>Excédent brut d'exploitation et revenu mixte</b>	<b>273,8</b>		
<i>dont</i>			
<i>Excédent Brut d'Exploitation</i>	154,5		
<i>Revenu Mixte d'Exploitation</i>	119,4		
<b>Compte d'affectation des revenus primaires</b>			
		<b>Excédent brut d'exploitation et revenu mixte</b>	<b>273,8</b>
		<i>dont</i>	
		<i>Excédent Brut d'Exploitation</i>	154,5
		<i>Revenu Mixte d'Exploitation</i>	119,4
		Rémunération des salariés	1039,2
Intérêts	20,7	Intérêts	31,3
Revenus distribués des sociétés	0,0	Revenus distribués des sociétés	66,1
Autres revenus	1,3	Autres revenus	50,0
<b>Solde des revenus primaires bruts</b>	<b>1438,3</b>		
<b>Compte de distribution secondaire du revenu</b>			
		<b>Solde des revenus primaires bruts</b>	<b>1438,3</b>
Impôts courants sur le revenu et le patrimoine	163,7		
Cotisation sociales	407,1		
Prestations sociales autres que prestations en nature	0,0	Prestations sociales autres que prestations en nature	416,2
Autres transferts courants	49,2	Autres transferts courants	57,7
<b>Revenu disponible brut</b>	<b>1292,1</b>		
<b>Compte de distribution du revenu en nature</b>			
		<b>Revenu disponible brut</b>	<b>1292,1</b>
		Transferts sociaux en nature	350,4
<b>Revenu disponible ajusté brut</b>	<b>1642,5</b>		
<b>Compte d'utilisation du revenu ajusté</b>			
		<b>Revenu disponible ajusté brut</b>	<b>1642,5</b>
Dépense de consommation finale effective	1435,2	Note du correcteur : 1435,2 (Dépense de consommation finale effective des ménages) = 1 084,8 (Consommation finale individuelle des ménages) + 350,4 (Consommation finale individuelle des APU+ISBLM). Cf. Jean-Paul Piriou, op. cit. pages 52-54	
<b>Épargne Brute</b>	<b>207,3</b>		
<b>Variation des Actifs</b>		<b>Variation des passifs</b>	
<b>Compte de capital</b>			
		<b>Épargne Brute</b>	<b>207,3</b>
		Transferts en capital net (reçu-versés)	-4,7
Formation Brutes de Capital Fixe	116,2		
Variation des stocks	-0,2		
Acquisition moins cession d'ANFNP (Autres acquisitions nettes)	-2,5		
<b>Capacité de financement brut</b>	<b>89,0</b>		
Consommation de capital fixe (CCF) =	-47,4		

Question 1.3. Expliquez les opérations et/ou agrégats imprimés en blanc sur fond noir dans le compte des ménages ci-dessus. (6 points)

1.3.1. **Production pour emploi final propre** :

Il s'agit des productions de biens et services par les différents secteurs institutionnels pour leurs besoins finals, consommation finale, formation brute de capital fixe, à l'exclusion des consommations intermédiaires.

Dans le cas du secteur institutionnel ménages, cela correspond à la production de biens de capital fixe pour leur usage propre par les entreprises individuelles [EI] et aux productions non marchandes par les ménages non EI : occupation de son logement propre, production de services domestiques, production de biens non écoulés sur le marché : sa vigne propre, son potagers, ses propres réparations et entretiens du logement.

**Cf. : Piriou, Jean-Paul. *La comptabilité nationale*. Éditions La Découverte : Paris (1987) 2008. Quinzième édition. Page 18.**

1.3.2. **Revenu mixte d'exploitation** :

Les EI dégagent, comme toutes les autres entreprises, un solde du compte d'exploitation. Dans le cas des SNF ou des SF par exemple cela correspond au revenu primaire brut dû aux possesseurs du capital pour les services rendus dans la production par ce capital (capital fixe, capital financier) et plus généralement pour l'action de l'entreprise ou de l'entrepreneur. Dans la mesure où les cadres et gestionnaires des entreprises sont généralement salariés, et ne sont en outre pas nécessairement propriétaire du capital ou de l'entreprise, le solde du compte d'exploitation appelé *Excédent brut d'exploitation* [EBE] se résume donc à la part de la valeur ajoutée produite par ces entreprises due à contribution productive des services du capital à l'exclusion de tout ce qui est dû à la contribution du travail et qui apparaît sous forme de salaire. En rétribution des services rendus par le capital, le possesseur de ce capital touchera les dividendes ou les intérêts qui seront distribués à partir de cet EBE dans le compte suivant, le compte d'affectation des revenus primaires. Mais dans le cas des EI l'entrepreneur est aussi le possesseur du capital et il n'est généralement pas salarié, il est à son compte. Il devient alors difficile de distinguer dans le solde du compte d'exploitation ce qui est rétribution des services du travail de l'entrepreneur individuel lui-même, et ce qui est rétribution des services de son capital. Le solde du compte d'exploitation pour les EI est de ce fait appelé *Revenu mixte*, puisqu'il confond deux types de rémunération différents : la rémunération du travail de l'entrepreneur individuel et la rémunération de son capital.

1.3.3. **Dépense de consommation finale effective** :

La dépense de consommation finale individuelle des ménages (1084,8 milliards d'Euros dans le TEE donné en annexe pour l'année 2010) est la dépense de consommation de biens et services marchands et non marchands directement payée par les ménages eux-mêmes.

La dépense de consommation effective de ménages intègre dans la consommation des ménages cette part de la consommation de services non marchands par les APU et ISBLSM, qui est dite consommation individuelle, car elle est individualisable et imputable aux ménages (services éducatifs, services de santé, etc. 356,4 Mds d'€ dans le TEE en annexe).

La dépense de consommation finale effective des ménages est donc la somme de la consommation finale individuelle des ménages et de la consommation individuelle des APU et ISBLSM :

$1435,2 \text{ Mds d'€} = 1084,8 \text{ Mds d'€} + 356,4 \text{ Mds d'€}$ .

1.3.4. **Consommation de capital fixe (CCF)** :

La consommation de capital fixe (CCF) correspond à la part de la valeur des biens de capital fixe détruite au cours de la production du fait l'usure physique de ces biens de capital, ou du fait de leur vieillissement technique ou technologique encore appelé obsolescence.

**NB : On distingue alors les agrégats bruts, incluant la CCF, et les agrégats nets dont la valeur de la CCF est déduite. Seuls les agrégats nets correspondent à la production, à la distribution et à l'utilisation de richesse réellement nouvelle dans l'entité économique considérée puisque la part du capital produite par le passé et détruite en cours de production est déduite de la valeur de ces agrégats. Mais on ne calcule que très imparfaitement la CCF que l'on aborde généralement par le biais fiscal des amortissements. Les agrégats nets ne reflètent donc pas fidèlement le résultat de l'activité économique dans l'entité étudiée, car la fiscalité est toujours fortement dépendante de la politique économique des gouvernements en place.**

Question 1.4. Retrouvez les trois approches du PIB à partir du TEE. (9 points)

1.4.1. **Approche par le produit** :

Il s'agit de ce qui est produit de nouveau pour les utilisations finales dans l'économie considérée.

PIB = Somme des valeurs ajoutées ( $\Sigma VA$ ) + Impôts sur les produits et droits de douane nets de subventions. Cet agrégat est un agrégat exprimé aux prix d'acquisition.

PIB = Somme des valeurs ajoutées correspond à l'agrégat exprimé aux prix de base

$$\Sigma VA = 973,00 + 86,4 + 347,7 + 330,9 = 1.738,0 = \text{PIB au prix de base}$$

$$\text{PIB au prix de base} + \text{Impôts sur les produits et droits de douane nets de subventions} = 1.738,0 + 194,8 = 1.932,8 = \text{PIB aux prix d'acquisition}$$

**Source : Compte de production**

1.4.1. **Approche par la dépense** :

Il s'agit de l'ensemble des dépenses pour l'achat de biens et de services dans notre économie.

On trouve les données correspondantes dans la colonne « Bien et services » dans le compte du reste du monde, dans le compte d'utilisation du revenu, dans le compte de capital et dans le compte extérieur de biens et services.

En 2010 on avait Y au prix d'acquisition =  $\Sigma VA =$

Consommation finale des MEN et des APU et ISBLM + FBCF +  $\Delta S$  + Exportations – Importations

Soit sous forme symbolique :  $Y = C + (I + G) + (X - M)$

$$\text{Avec : } C = C_{\text{MEN}} + C_{\text{APU+ISBLM}} = 519,3 + 1084,8 = 1.604,1$$

$$I + G = \text{FBCF} + \Delta S = 373,3 + 0,2 + 0,6 = 374,1$$

$$X - M = 492,2 - 537,5 = -45,3$$

$$\text{Soit : } Y = 1604,1 + 374,0 - 45,3 = 1.932,8$$

**Sources : compte d'utilisation du revenu, compte de capital et compte extérieur de biens et services**

1.4.1. **Approche par le revenu** :

On trouve cette valeur du Revenu Intérieur Brut en faisant la somme dans la colonne S1 du TEE (Économie Nationale) de tous les revenus primaires du Compte d'exploitation :

Rémunération des salariés (D1) :	+ 1.030,0
+ Impôts sur la production et les importations (D2) :	+ 291,7
- Subventions (D3)	- 42,3
+ Excédent Brut d'Exploitation (B2)	+ 534,0
+ Revenu mixte brut (B3)	+ 119,4
= Revenu Intérieur Brut	= 1.932,8

**Source : Compte d'exploitation**

## Exercice 2. (25 points/50)

Soit le modèle suivant d'une économie ouverte avec État :

Il s'agit d'un modèle du type « courant de la synthèse classique-keynésienne ».

$$(1) C_t = cY_{d,t-1} + Ca$$

$$(2) Y_{d,t} = Y_t - T_t$$

$$(3) T_t = tY_t + Ta$$

$$(4) I_t = Ia + \lambda \Delta Y_t$$

$$(5) G_t = gY_t + Ga$$

$$(6) X_t = xY_t + Xa$$

$$(7) M_t = mY_t + Ma$$

$$(8) \text{Condition d'équilibre}$$

La signification des variables est celle couramment utilisée en cours à savoir :

$C_t$  = Consommation effective des ménages à la période  $t$

$Y_t$  = Revenu intérieur brut à la période  $t$  = Produit intérieur brut à la période  $t$

$Y_{d,t}$  = Revenu disponible brut à la période  $t$

$T_t$  = Impôts prélevés à la période  $t$

$I_t$  = Investissement brut ou Formation brute de capital de l'ensemble des secteurs institutionnels à l'exception des Administrations publiques (APU) à la période  $t$

$G_t$  = Dépenses publiques de la période  $t$  = Formation brut de capital des APU + Consommation Finale Collective des APU ( $FBC_{(APU)t} + CFC_{(APU)t}$ ) en  $t$

$X_t$  = Exportations de biens et services de la période  $t$

$M_t$  = Importations de biens et services de la période  $t$

$Ca$ ,  $Ta$ ,  $Ia$ ,  $Ga$ ,  $Ma$  et  $Xa$  sont les parties autonomes des différentes équations du modèle.

On a ainsi respectivement :

$Ca$  = Consommation autonome

$Ta$  = Impôts autonomes

$Ia$  = Investissement autonome

$Ga$  = Dépenses publiques autonomes

$Xa$  = Exportations autonomes

$Ma$  = Importations autonomes

Question 2.1. Dans un modèle de ce type que signifie la condition d'équilibre ? Écrivez la condition d'équilibre de ce modèle (2 points)

Dans ce modèle qui permet de calculer le *Produit intérieur brut* (PIB) = le *Revenu intérieur brut* ( $Y$ ), les entrepreneurs produisent une valeur de *Biens et Services* destinés aux *Utilisations finales brutes* telle qu'ils puissent écouler ces *Biens et Services pour Utilisation finale brute*.

Pour qu'il y est équilibre il faut donc que l'*Offre brute de Biens et Services pour Utilisation finale* = PIB =  $Y^s$  soit toujours inférieure ou égale au volume de la *Demande brute de Biens et Services pour Utilisation finale* = *Demande intérieure brute*.

Soit à la période  $t$  :  $Y_t \leq C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$

Et comme les entrepreneurs veulent maximiser leurs profits en fait la contrainte sera toujours saturée (à son niveau le plus élevé possible) et donc la condition d'équilibre s'écrira :  $Y_t = C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$

Question 2.2. Quelle différence faites-vous entre cette condition d'équilibre et l'égalité "**Produit = Demande finale**" de la comptabilité nationale ? (2 points)

**La condition d'équilibre** est la condition qui doit être réalisée ex ante pour qu'il y ait une production de biens et services par les entrepreneurs. Il faut que la *demande de Biens et Services anticipée* soit supérieure ou égale à la *production de biens et services*. Les producteurs se basent sur la *demande de Biens et Services anticipée pour décider de leur niveau de production*. C'est pourquoi on parle de *Demande effective* ou car efficace, incitant les producteurs à réaliser un niveau donné de production. Les entrepreneurs ne produisent que ce qu'ils anticipent d'écouler, ou espèrent écouler. Mais ils peuvent se tromper.  $C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$  est le niveau de la demande globale anticipée par les entrepreneurs si  $Y_t = C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$  les entrepreneurs maximisent leur profit. Ils produisent  $Y_t$  dans cet espoir. Mais ils peuvent ne pas maximiser leur profit ex post.

**Dans la comptabilité nationale**  $Y_t \equiv C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$  correspond à l'identité comptable qui veut que *Produit Intérieur Brut* = *Revenu Intérieur Brut* = *Utilisations finales Brutes* ou *Dépense Intérieure Brute*. Si d'aventure il y avait un déséquilibre il serait rétabli par la variation de stocks. L'identité comptable comme son nom l'indique est toujours vérifiée.

Question 2.3. Expliquez brièvement le sens économique des équations (1), (4), (5) et (7) (4 points)

2.3.1. **(1)  $C_t = cY_{d,t-1} + C_a$  :**

La consommation finale effective des Ménages dépend à la période (t) du revenu disponible brut (c'est à dire du revenu Intérieur Brut impôts et cotisations sociales déduites, mais après réintroductions des prestations sociales) de la période (t-1), c'est à dire de la période précédente (décalage de Robertson). On suppose ici que les ménages sont toujours dans l'incertitude des revenus de la période en cours et se basent donc pour leurs plans de consommation sur des revenus connus avec certitude, ceux effectivement perçus à la période précédente. Et ils se basent bien entendu sur leur revenu disponible brut, donc incluant les prestations sociales, mais excluant les impôts et taxes. Leur propension à consommer le revenu de la période précédente est  $0 < c < 1$ .

Mais la consommation des ménages ne dépend pas que du revenu disponible de la période précédente. D'autres éléments, d'autres variables, ont une influence sur leur consommation, comme le taux d'intérêt, le niveau de l'inflation anticipé, le degré plus ou moins égalitaire de distribution du revenu, les habitudes sociales et donc la structure de la population, par exemple la proportion de ruraux et de citadins, etc. Mais ces variables ne voient pas leur niveau déterminé dans le modèle. Ce sont des variables dites exogènes. Leur influence est alors rendue par le niveau de la consommation dite autonome à savoir "Ca".

2.3.2. **(4)  $I_t = I_a + \lambda \Delta Y_t$  :**

L'investissement de la période (t) dépend de variables exogènes, dont la valeur n'est pas déterminée dans le modèle, comme par exemple le taux d'intérêt, le progrès technique, les anticipations sur les ventes, les anticipations sur les coûts des matières premières, les aléas politiques, etc. Ces éléments sont rendus par la valeur de ce que l'on appelle l'investissement autonome (entendez autonome de la valeur du PIB = RIB = Y) qui est reflété dans cette équation par "Ia".

Outre ces éléments exogènes ou autonome, l'investissement de la période t dépend également de la conjoncture économique qui est rendue ici par la variation absolue de revenu entre la période (t) et la période (t-1) à savoir  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ . L'investissement varie dans une proportion "λ" de  $\Delta Y_t$ . "λ" est appelé l'accélérateur et  $\lambda \Delta Y_t$  correspond à l'effet d'accélération.

2.3.3. **(5)  $G_t = gY_t + G_a$  :**

Les dépenses publiques de la période (t) sont en partie autonome. Elle dépende d'un ensemble de variables exogènes dont la valeur n'est pas solution du modèle, et notamment du pouvoir discrétionnaire de l'État. C'est ce que transcrit l'élément exogène "Ga", ou dépenses publiques autonomes, indépendante du niveau du revenu.

Mais les dépenses publiques dépendent également en partie de la richesse de l'entité économique étudiée, et donc de son PIB qui égal au Revenu dans notre modèle où il n'y a pas de décalage Production-Revenu. L'hypothèse que reflète l'équation (5), c'est que les dépenses publiques de la période (t) dépendent du revenu de la période t, et dans une proportion  $0 < g < 1$

2.3.4. **(7)  $M_t = mY_t + M_a$  :**

Une partie des importations du pays "Ma" sont indépendantes du niveau du revenu intérieur brut et dépendent d'autres variables exogènes, c'est à dire de variables dont la valeur n'est pas solution du système, comme les taux de change, le taux d'intérêt, ou la situation géopolitique du pays et de sa zone géographique en (t).

Par contre une autre partie des importations le période (t) est proportionnelle au niveau du Produit Intérieur Brut = Revenu Intérieur Brut de la période (t). Ce sera par exemple le cas des importations de Matières Premières (bois, minerais), de Produits semi-finis (ciment, micro-processeurs, etc.) et d'Énergie (pétrole, gaz, électricité), mais également des importations de biens de consommation finale et d'une partie des biens de capital fixe (machines outils, appareillage informatique et électronique, etc). Tout dépendra du degré de dépendance et d'ouverture de l'économie nationale. Ainsi la croissance du revenu implique donc une augmentation inévitable des importations. L'hypothèse qui est faite dans ce modèle c'est que les importations de la période (t) dépendent du revenu de la période (t) dans une proportion  $0 < m < 1$ . Ce paramètre "m" aura donc un effet contra cyclique, ou stabilisateur, sur le niveau du PIB=RIB en (t)

Question 2.4. Application numérique. Réécrivez le modèle en prenant les valeurs suivantes pour les variables autonomes et les paramètres : (2 points)

Ca = 200	c = 0,75
Ta = 40	t = 0,2
Ia = 50	$\lambda = 0,65$
Ga = 25	g = 0,2
Xa = 30	x = 0,1
Ma = 35	m = 0,15

(1)  $C_t = 0,75 Y_{d_{t-1}} + 200$

(2)  $Y_{d_t} = Y_t - T_t$

(3)  $T_t = 0,2 Y_t + 40$

(4)  $I_t = 50 + 0,65 \Delta Y_t \Leftrightarrow I_t = 50 + 0,65 Y_t - 0,65 Y_{t-1}$  car  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ .

(5)  $G_t = 0,2 Y_t + 25$

(6)  $X_t = 0,1 Y_t + 30$

(7)  $M_t = 0,15 Y_t + 35$

(8)  $Y_t = C_t + I_t + G_t + (X_t - M_t)$

*NB : Le seul intérêt de cette question, par ailleurs triviale, était outre de mettre en place le modèle permettant de répondre numériquement aux questions suivantes, de vérifier que les étudiants n'oublieraient pas la condition d'équilibre du modèle et seraient capable d'en donner la forme exacte. Le résultat a été affligeant. Moins d'un étudiant sur vingt aura correctement reporté l'équation (8)*

Question 2.5. Écrivez l'équation de récurrence de ce modèle numérique (3 points)

On porte (3) dans (2)  $\Rightarrow Y_{d_t} = Y_t - 0,2 Y_t - 40 \Leftrightarrow Y_{d_t} = 0,8 Y_t - 40$  (2')

puis on porte (2') dans (1)  $\Rightarrow C_t = 0,75 (0,8 Y_{t-1} - 40) + 200 \Leftrightarrow C_t = 0,6 Y_{t-1} + 170$

enfin on porte (1), (4), (5), (6) et (7) dans (8)  $\Rightarrow$

$$Y_t = 0,6 Y_{t-1} + 170 + 50 + 0,65 Y_t - 0,65 Y_{t-1} + 0,2 Y_t + 25 + 0,1 Y_t + 30 - (0,15 Y_t + 35)$$

Puis on met tout ce qui est en  $Y_t$  à gauche et tout ce qui est en  $Y_{t-1}$  à droite :

$$Y_t - 0,65 Y_t - 0,2 Y_t - 0,1 Y_t + 0,15 Y_t = 0,6 Y_{t-1} - 0,65 Y_{t-1} + 240$$

Soit  $Y_t (1 - 0,65 - 0,2 - 0,1 + 0,15) = -0,05 Y_{t-1} + 240 \Leftrightarrow 0,2 Y_t = -0,05 Y_{t-1} + 240$

$$\Leftrightarrow Y_t = -\frac{0,05}{0,2} Y_{t-1} + \frac{240}{0,2} \Leftrightarrow \boxed{Y_t = -0,25 Y_{t-1} + 1200} \text{ [équation de récurrence]}$$

Question 2.6. Calculez le niveau d'équilibre du revenu, noté  $\bar{Y}$  (2 points)

Nous avons  $Y_t = -0,25 Y_{t-1} + 1200$

Le revenu d'équilibre  $\bar{Y}$  est tel que :  $\bar{Y} = -0,25 \bar{Y} + 1200$

$$\Leftrightarrow \bar{Y} + 0,25 \bar{Y} = 1200$$

$$\Leftrightarrow \bar{Y} \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 1200 \Leftrightarrow \frac{5}{4} \bar{Y} = 1200$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\bar{Y} = \frac{4800}{5} = 960}$$

Question 2.7. Déterminez l'équation de l'écart à l'équilibre (3 points)

$$\begin{array}{ll} Y_t = -0,25 Y_{t-1} + 1200 & \text{Équation de récurrence} \\ - \frac{Y_t}{\bar{Y}} = - \left( -0,25 \frac{Y_{t-1}}{\bar{Y}} + \frac{1200}{\bar{Y}} \right) & \text{Équation de détermination de l'équilibre} \\ \hline Y_t - \bar{Y} = -0,25 Y_{t-1} + 0,25 \bar{Y} + 0 & \text{Écart à l'équilibre} \end{array}$$

On peut donner cette équation de l'écart à l'équilibre sous trois formes :

$$(I) \quad Y_t - \bar{Y} = -0,25 (Y_{t-1} - \bar{Y})$$

et si on note  $Z_t = (Y_t - \bar{Y})$  et  $Z_{t-1} = (Y_{t-1} - \bar{Y})$  alors on peut écrire :

$$(II) \quad Z_t = -0,25 Z_{t-1}$$

La forme la plus utile dans les calculs est la forme III directement utilisable pour résoudre la question 2.9. lorsque l'on n'a pas su répondre à la question 2.8.

$$(III) \quad \boxed{Y_t = -0,25 (Y_{t-1} - \bar{Y}) + \bar{Y}}$$



Question 2.8. À l'aide de l'équation de l'écart à l'équilibre, établissez la formule permettant de calculer  $Y_t$  en fonction de  $Y_0$  et de  $\bar{Y}$  pour tout  $t$  (2 points)

Comme nous l'avons vu à la question 2.7. en partant de la forme (I) de l'équation de l'écart à l'équilibre :  
 (I)  $Y_t - \bar{Y} = -0,25 (Y_{t-1} - \bar{Y})$  et en posant  $Z_t = (Y_t - \bar{Y})$  et  $Z_{t-1} = (Y_{t-1} - \bar{Y})$  on peut écrire la forme (II) de l'écart à l'équilibre : (II)  $Z_t = -0,25 Z_{t-1}$ . On peut alors écrire II en (t-1), (t-2), ..., (t-n) :

$$\begin{aligned} Z_t &= -0,25 Z_{t-1} \\ Z_{t-1} &= -0,25 Z_{t-2} \\ Z_{t-2} &= -0,25 Z_{t-3} \\ Z_{t-n+1} &= -0,25 Z_{t-n} \quad \text{NB : } Z_{t-n+1} = Z_{t-(n-1)} \end{aligned}$$

soit :  $Z_t = -0,25 Z_{t-1}$

$$\Rightarrow Z_t = -0,25 (-0,25 Z_{t-2}) = (-0,25)^2 Z_{t-2}$$

$$\Rightarrow Z_t = (-0,25)^2 (-0,25 Z_{t-3}) = (-0,25)^3 Z_{t-3}$$

et donc par récurrence :

$$\Rightarrow Z_t = (-0,25)^n Z_{t-n}$$

Cette valeur de  $Z_t$  est vrai pour tout  $n$ . Prenons  $n = t$  on trouve alors :

$$Z_t = (-0,25)^t Z_{t-t} \Leftrightarrow Z_t = (-0,25)^t Z_0$$

soit en remplaçant  $Z_t$  par sa valeur  $Z_t = (Y_t - \bar{Y})$  et  $Z_0$  par sa valeur  $Z_0 = (Y_0 - \bar{Y})$  :

$$\Rightarrow Y_t - \bar{Y} = (-0,25)^t (Y_0 - \bar{Y}) \text{ et donc :}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y_t = (-0,25)^t (Y_0 - \bar{Y}) + \bar{Y}}$$

Cette équation nous permet de calculer  $Y_t$  en fonction de  $Y_0$  et de  $\bar{Y}$  pour tout  $t$

Question 2.9. Soit  $Y_0 = 1860$ , calculez  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5$ . (2 points)

Deux façons de procéder : 1. On applique la formule ci-dessus. Pour  $Y_0 = 1860$  et pour  $\bar{Y} = 960$  (question 2.6) alors

$$Y_0 = 1860$$

$$Y_1 = (-0,25)^1 (1860 - 960) + 960 = -\frac{1}{4} \cdot 900 + 960 = -225 + 960 = 735$$

$$Y_2 = (-0,25)^2 (1860 - 960) + 960 = +\frac{1}{16} \cdot 900 + 960 = 56,25 + 960 = 1016,25$$

$$Y_3 = (-0,25)^3 (1860 - 960) + 960 = -\frac{1}{64} \cdot 900 + 960 = -14,0625 + 960 = 945,9375 \approx 945,94$$

$$Y_4 = (-0,25)^4 (1860 - 960) + 960 = +\frac{1}{256} \cdot 900 + 960 = 3,515625 + 960 = 963,515625 \approx 963,52$$

$$Y_5 = (-0,25)^5 (1860 - 960) + 960 = -\frac{1}{1024} \cdot 900 + 960 = -0,87890625 + 960 = 959,12109375 \approx 959,12$$

2. On utilise l'équation de récurrence calculée à la question 2.5 :  $Y_t = -0,25 Y_{t-1} + 1200$ . On part de  $Y_0 = 1860$  et il n'est pas nécessaire d'avoir su calculer  $\bar{Y}$  à la question 2.6. :

$$Y_0 = 1860$$

$$Y_1 = -0,25 Y_0 + 1200 = -0,25 \times 1860 + 1200 = -465 + 1200 = 735$$

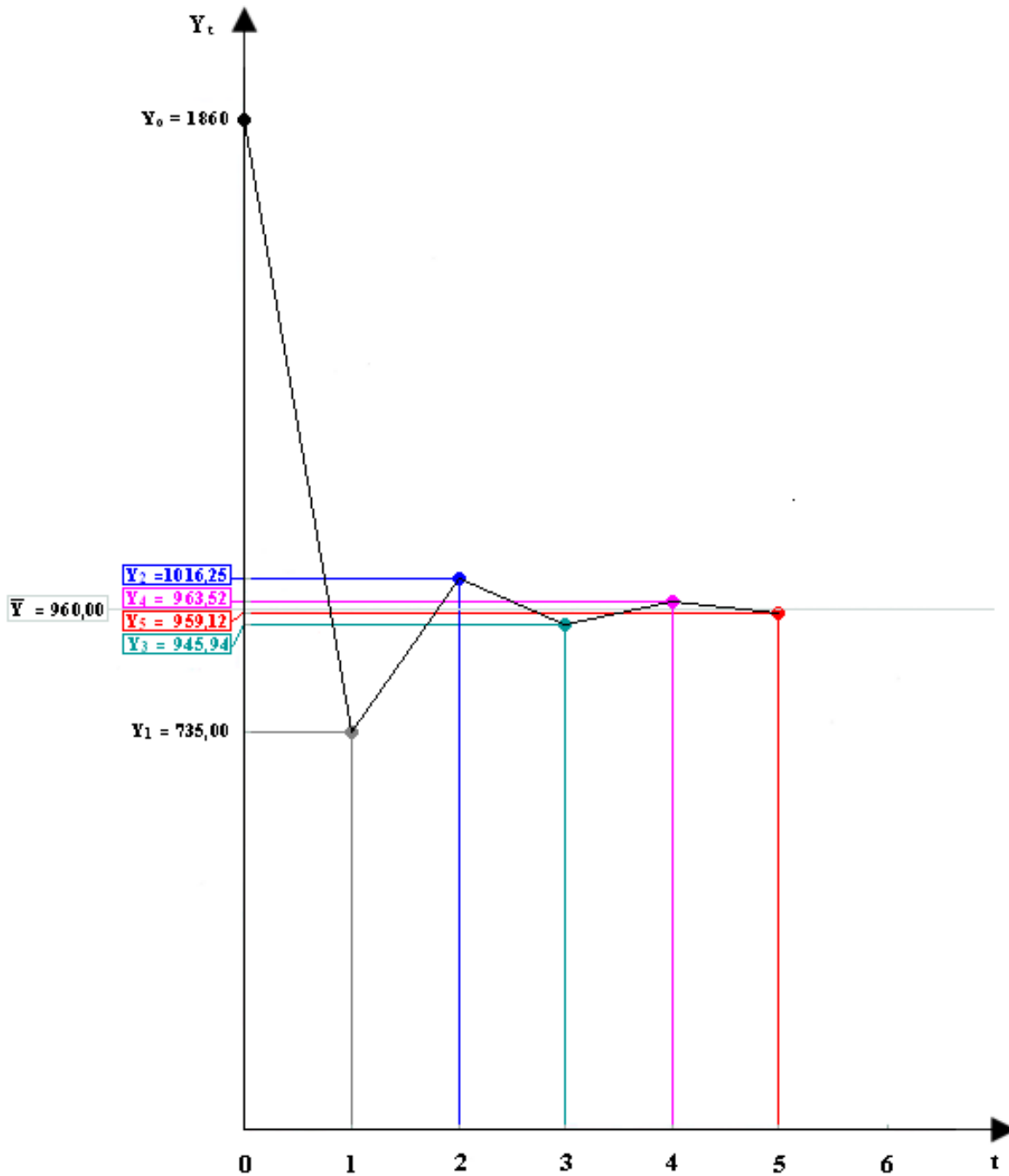
$$Y_2 = -0,25 Y_1 + 1200 = -0,25 \times 735 + 1200 = -183,75 + 1200 = 1016,25$$

$$Y_3 = -0,25 Y_2 + 1200 = -0,25 \times 1016,25 + 1200 = -254,0625 + 1200 = 945,9375 \approx 945,94$$

$$Y_4 = -0,25 Y_3 + 1200 = -0,25 \times 945,9375 + 1200 = -236,48438 + 1200 = 963,515625 \approx 963,52$$

$$Y_5 = -0,25 Y_4 + 1200 = -0,25 \times 963,515625 + 1200 = -240,87890625 + 1200 = 959,12109375 \approx 959,12$$

Question 2.10. Représentez graphiquement l'évolution de  $Y_t$  dans le temps. Que peut-on dire de l'équilibre dans ce modèle? (3 points)



Dans ce modèle dynamique l'équilibre est stable puisque partant d'une situation de déséquilibre,  $Y_0 = 1860 > \bar{Y} = 960$  on retourne à l'équilibre. Dans ce modèle le retour à l'équilibre se fait de façon oscillatoire. Tantôt au dessus de l'équilibre (périodes paires), tantôt au dessous de l'équilibre (période impaires), mais se rapprochant très rapidement de l'équilibre, puisque en  $t=5$  on est presque retourné à la valeur d'équilibre  $\bar{Y} = 960$ .