Université de Strasbourg jeudi 10 mai 2012

Faculté des sciences économiques et de gestion

Licence première année. Analyse S2

Les documents, les téléphones portables et calculatrices ne sont pas autorisés.
Durée : 2h. Responsable : A. Saïdi

Exercice 1 (5 points):

1. Calculer le développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 9 de la fonction f, donnée par :
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$
2. Soit F une primitive de f définie par : $F(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}dt$. Préciser, en justifiant la réponse, le domaine de définition de la fonction F.
3. Donner le développement limité au voisinage de 0 et à l'ordre 10 de la fonction F.
4. En déduire le développement limité à l'ordre 10 de la fonction $g(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}dt$. (indication : on pourra utiliser le développement limité de $F(x^2)$).

Exercice 2 (4 points):

On note : $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, et $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

Calculer la limite lorsque x tend vers 0 de :
$$\frac{\sinh(x) + \sin(x) - 2x}{x(\cosh(x) + \cos(x) - 2)}$$

Exercice 3 (6 points):

1. Calculer l'intégrale :
$$\int_0^{\ln(3)} \sqrt{e^x - 1}\, dx$$
2. Caculer l'intégrale :
$$\int_0^1 \frac{\arctan(x)}{(1+x)^2}\, dx$$

TOURNEZ LA PAGE S.V.P

Exercice 4 (6 points):
Soient a et b deux fonctions définies sur $\mathbb{R}^2$. On considère l'équation différentielle:

$$y' + a(x)y = b(x) \qquad (E).$$

1. Donner la solution y_0 de l'équation homogène associée à (E).
2. Donner l'expression de la solution générale de l'équation (E).
3. On pose $a(x) = -\sin(x)$ et $b(x) = \sin(x)\cos(x)$:
   (a) Résoudre l'équation : $y' - \sin(x)y = 0$.
   (b) Calculer l'intégrale $\int e^{\cos(x)} \sin(x)\cos(x)dx$.
   (c) En déduire la solution générale de l'équation : $y' - \sin(x)y = \sin(x)\cos(x)$.