Université de Strasbourg
Faculté de Sciences Economiques
et de Gestion
Année Universitaire 2012/2013

Licence 1ère année Economie Gestion
MATHEMATIQUES I

Examen – juin 2013
Semestre 1, Session2

Durée : 2 heures
CALCULATRICES INTERDITES - AUCUN DOCUMENT AUTORISE
Le barème est indicatif
Consignes:
soigner la présentation de votre copie,
respecter l'ordre des exercices,
numéroter les feuilles, les exercices,
être concis dans vos explications,
encadrer les résulats finaux
Jusqu'à 2 points de pénalité pourront être soustraits en cas de non respect de ces consignes

Exercice 1 . — (3 points)

Montrer que l'expression $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3t}+2^t}{3^{(t+2)}}$ peut se mettre sous la forme $a\left[u_t+v_t\right]$ avec a, nombre réel, u_t et v_t, deux progressions géométriques.

Exercice 2 . — (4 points)

On considère la fonction f réelle à une variable réelle définie par :

$$f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x-3}}$$

(1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

Exercice 3 . — (5 points)

(1) Donner la définition de la dérivée d'une fonction réelle f à une variable réelle en un point x_0.

(2) Donner une interprétation graphique de cette notion de dérivée en un point.

(3) On considère la fonction g réelle à une variable réelle définie par :

$$g(x) = (2x+3) \cdot e^{x+1} + 1$$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
b) Calculer la fonction dérivée première $g'(x)$.
c) Etablir l'équation de la tangente au graphe de la fonction g au point d'abcisse $x = -1$.

Exercice 4 . — (4 points)

Soit un réel $A \in \mathbb{R}^{+*}$ strictement positif et la fonction f réelle à une variable réelle définie par :

$$f(x) = x^3 - 3 \cdot A \cdot x^2$$

(1) Calculer la fonction dérivée première $f'(x)$.

(2) Calculer la fonction dérivée seconde $f''(x)$.

(3) Déterminer les points critiques d'ordre 1 de la fonction f.

(4) Déterminer la nature de ces points critiques : maximum/minimum local, point d'inflexion.

(5) Qu'en est-il de ces points critiques (existence, nature) lorsque le réel A est un réel strictement négatif et qu'on a donc désormais, $A \in \mathbb{R}^{-*}$?

Exercice 5 . — (4 points)

(1) Rappeler le Théorème de Weierstrass-Valeurs extrêmes (cas des fonctions à une variable).

(2) Soit la fonction f réelle à une variable réelle définie par:

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3$$

Utiliser le Théorème de Weierstrass-Valeurs extrêmes pour déterminer les minima et maxima globaux de cette fonction sur l'intervalle $I = [-1; 3]$.