

joindre ce sujet à votre copie, ne pas y écrire votre nom

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG



2012-2013

**L2-Gestion industrielle :**  
**-« Optimisations en Gestion de Production »**

Janvier 2013

Jean-Paul VILLETTE

Durée 2 heures . Les bonnes réponses sont très brèves. Aucun documents autorisé . La note 20/20 correspondra à environ 2/3 du sujet.

**1 – on considère le programme suivant, appelé Primal**

	Max $2x + 3y$
( $\alpha$ )	$x + y \leq 6$
( $\beta$ )	$x - 2y \leq 2$
( $\gamma$ )	$y \leq 4$
	$x, y \geq 0$

- représenter et résoudre graphiquement ce programme (*utiliser la page 8 de ce sujet, ne pas y écrire votre nom*)
- écrire le programme dual
- écrire et utiliser les relations de complémentarité pour déterminer  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\gamma^*$ .
- calculer et comparer  $M^*$  et  $M_b$

**2 – modélisation :**

(Enoncé d'après J.G. Monks « *Gestion de la production et des opérations* » série Schaum 1993 )

Écrire le programme d'optimisation correspondant au programme suivant (*ne pas résoudre*)

On reçoit une commande de textile mélangé, devant comporter au moins 45 kg de laine et au moins 25 kg de nylon. Ce produit textile peut être tissé à partir de combinaison de deux fils FA et FB dont les prix sont 2 et 3 €/kg. Les proportions, en poids, de laine, nylon et coton par kg de fil sont les suivantes :

	Fil FA	Fil FB
Prix en €/kg	2	3
Laine (kg)	0,6	0,3
Nylon (kg)	0,1	0,5
Coton (kg)	0,3	0,2

### 3 – interprétation des résultats : compote de fruits

On considère 4 sortes de compote: abricot, ananas, cerise et framboise

Il s'agit de constituer un mélange, au moindre coût, qui contienne au moins 10g de protéines, 20g de glucides, 10g de fibres et 100 mg de vitamine C.

Pour 100g de chacune des compotes, on a les données :

	abricot	ananas	cerise	framboise
Prix €/100g	2,05	2,50	2,05	2,05

et le programme :

Min	2,05 abricot + 2,50 ananas + 2,05 cerise + 2,05 framboise			
( $D_{\text{protéines}}$ )	1,1 abricot + 0,5 ananas + 1 cerise + 0,7 framboise $\geq 10$			
( $D_{\text{glucides}}$ )	22 abricot + 19 ananas + 22 cerise + 21 framboise $\geq 20$			
( $D_{\text{fibres}}$ )	1 abricot + 2 ananas + 1 cerise + 3 framboise $\geq 10$			
( $D_{\text{vitamine C}}$ )	12 abricot + 15 ananas + 12 cerise + 12 framboise $\geq 100$			
	abricot, ananas, cerise, framboise $\geq 0$			

à l'optimum : Coût minimal = 18,92€.

abricot\* = 8,85

ananas\* = 0

cerise\* = 0

framboise\*\* = 0,38

$D^*_{\text{protéines}} = 1,58$

$D^*_{\text{glucides}} = 0$

$D^*_{\text{lipides}} = 0$

$D^*_{\text{fibres}} = 0,32$

$D^*_{\text{vitamine C}} = 0$

- quelle est l'unité de mesure de  $D_{\text{protéines}}$ ?
- description du mélange optimal, commentaires.
- que peut-on dire des différentes contraintes à l'optimum?
- analyse post-optimale, la formule est ici

$$\Delta C_{\text{min}} = D^*_{\text{protéines}} \times \Delta \text{Protéines} + D^*_{\text{glucides}} \times \Delta \text{glucides} + D^*_{\text{fibres}} \times \Delta \text{fibres} + D^*_{\text{vitamine C}} \times \Delta \text{vitamine C}$$

- à quoi sert cette formule ?
- si on est un peu plus exigeant en protéines (on requiert 11 g par exemple) quel serait l'effet sur le prix du mélange ?
- si on est un peu moins exigeant en glucides (on ne requiert que 19 g par exemple) quel serait l'effet sur le prix du mélange ?
- on fixe la quantité requise de protéines à 12g. L'optimisation donne alors un coût de 22,36€, au lieu de 22,08 € qui résulterait de l'application de la formule. Que s'est-il passé ?

Ce programme a été résolu avec le solveur d'Excel

Cellule	Nom	Finale Valeur	Ombre Coût	Contrainte à droite	Admissible Augmentation
\$B\$16	protéines	10	1,58	10	1
\$B\$17	glucides	203	0,00	20	183
\$B\$19	fibres	10	0,32	10	33
\$B\$20	vitamine C	111	0,00	100	11

- que signifie « ombre coût », traduction inadéquate de « shadow-cost »
- que signifie le « 11 » encadré ?

#### 4 – variables "dummy",

On note  $D_i$  une variable dummy, qui ne peut valoir que 0 ou 1.

Chanson n°	1	2	3	4	5	6	7
Durée (mn)	2	5	2	2	7	2	2

$D_i=1$  si la chanson  $i$  est enregistrée sur la face,  $D_i=0$  sinon. Le programme est :

$$\text{Min } 2.D_1 + 5.D_2 + 2.D_3 + 2.D_4 + 7.D_5 + 2.D_6 + 2.D_7$$

$$D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 \geq 5$$

lecture expliquée de la fonction objectif et de la contrainte

#### 5 – modélisation des conditions

On note  $D_i$  une variable dummy, qui ne peut valoir que 0 ou 1.

Différents projets  $P_i$  sont candidats. On peut décider ( $D_i=1$ ) ou pas ( $D_i=0$ ) la mise en œuvre du projet<sup>o</sup>  $i$ . Si la réalisation du projet  $P_i$  entraîne celle de  $P_j$ , ( $P_i \Rightarrow P_j$ ), la contrainte est alors  $D_i \leq D_j$ .

Que signifie chacune des contraintes suivantes ?

$$D_1 + D_2 \geq 1$$

$$2.D_4 \leq D_5 + D_6$$

#### 6- lecture expliquée\*\*

Dans la définition :

Coût de l'incertitude / valeur de l'information parfaite (VIP)

$$C = \text{VIP} = \sum_{j=1}^m p(H_j) \cdot \text{Max}_{d_i} G(d_i, H_j) - \text{Max}_{d_i} EG(d_i)$$

Que signifie  $\sum_{j=1}^m p(H_j) \cdot \text{Max}_{d_i} G(d_i, H_j)$  ?

Que signifie  $\text{Max}_{d_i} EG(d_i)$  ?

7 – critères du Maxmin, du Regret, de Hurwicz :

On considère le tableau des gains  $G : (d_i, H_j) \longrightarrow G(d_i, H_j)$

Gains (€)	H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	H <sub>3</sub>
d <sub>1</sub>	6	6	6
d <sub>2</sub>	5	9	9
d <sub>3</sub>	-25	8	40

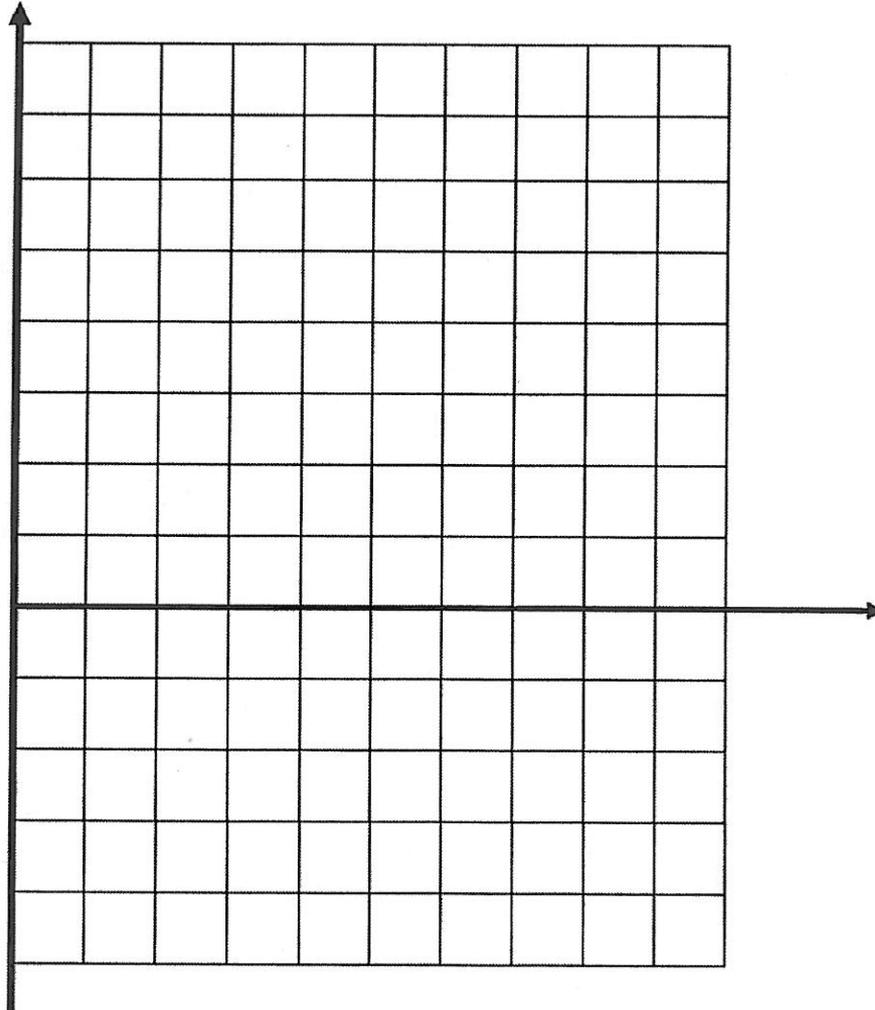
7-A Etudier l'application du critère du MaxMin

7-B Etudier l'application du critère de Savage du Regret maximal

$$R(d_i, H_j) = \max_k G_{k,j} - G_{i,j}$$

7-C Etudier l'application du critère de Hurwicz :

$$H_a(d_i) = a \cdot \max_{H_j} G_{i,j} + (1-a) \min_{H_j} G_{i,j}$$



**8 – critère de Bayes, valeur de l'information, structure d'information imparfaite**

on peut vendre ( $d_1$ ) ou pas ( $d_0$ ) un contrat d'assurance à un individu qui peut nous faire gagner 1€, il est dit dans ce cas de type C+ ( un "bon" client) ou nous faire perdre 6 €, il est alors de type C- ( un "mauvais" client ). 90% des individus sont de type C+, on a donc le tableau :

	0,1	0,9
Gains (€)	C-	C+
$d_0$	0	0
$d_1$	- 6	1

8-A à quelle décision conduit le critère de Bayes ? Calculer le coût moyen de l'incertitude / valeur de l'information parfaite.

8-B on dispose d'une structure d'information **mode de vie** = { diurne , nocturne } dont les probabilités conditionnelles sont :

	C-	C+
diurne	0,05	0,95
nocturne	0,15	0,85

Dans cet exemple, un individu est dit « nocturne » si l'on sait qu'il a effectué des retraits à un distributeur automatique de billets entre minuit et 6 heures du matin. On peut alors supposer qu'il est davantage exposé au risque couvert par l'assurance.

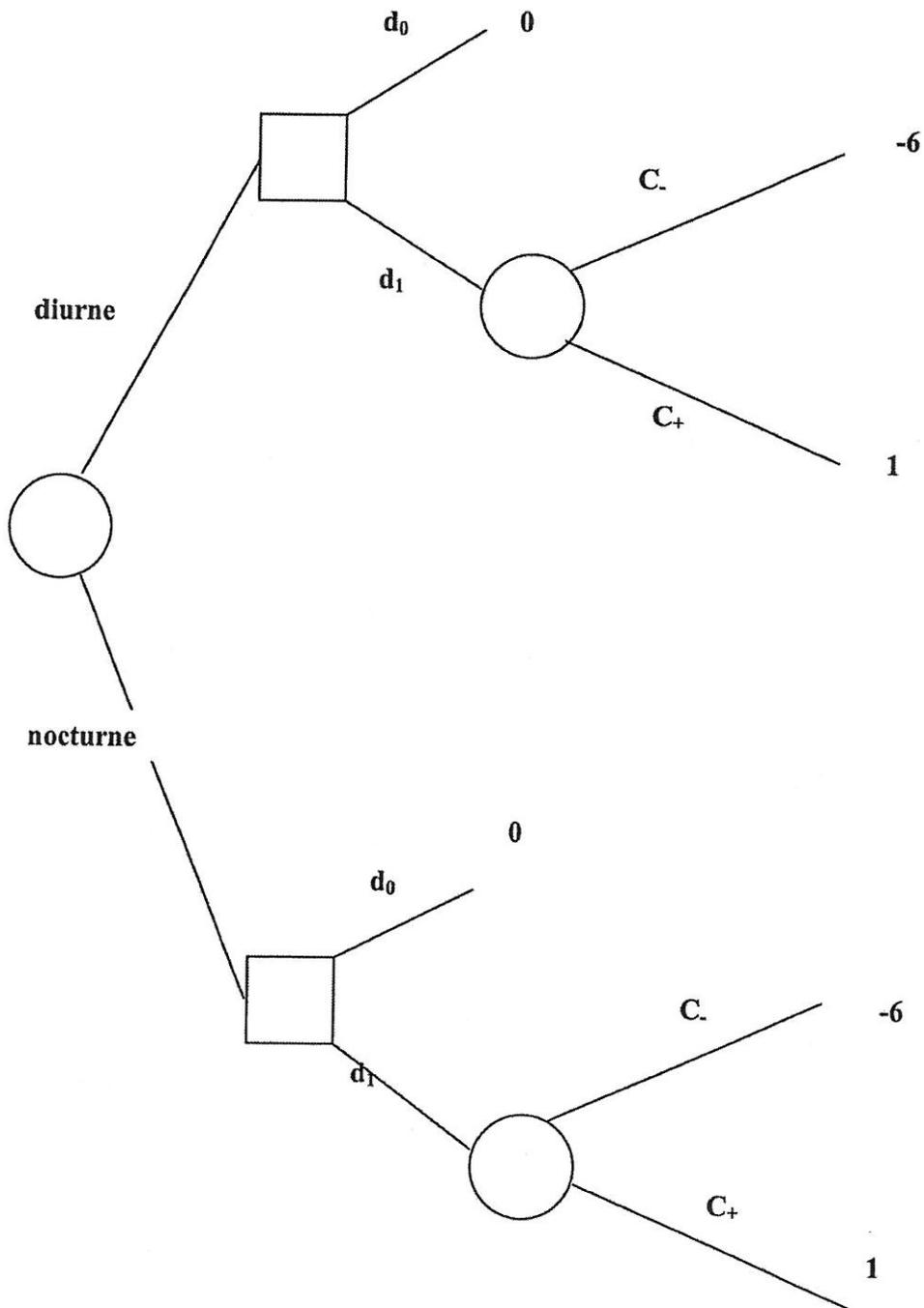
8-C : calculer les probabilités des messages : P(diurne) et P(nocturne). ( on « doit » trouver  $P(\text{diurne}) = 0.5$   $P(\text{nocturne}) = 0.5$  )

8-D : Quelle est la décision optimale lorsque l'on reçoit le message diurne ? lorsqu'on reçoit le message nocturne ? Compléter l'arbre de décision de la page 6 de ce sujet .

8-E : Quelle est la valeur de la structure d'information **mode de vie** ? Interprétation du résultat.

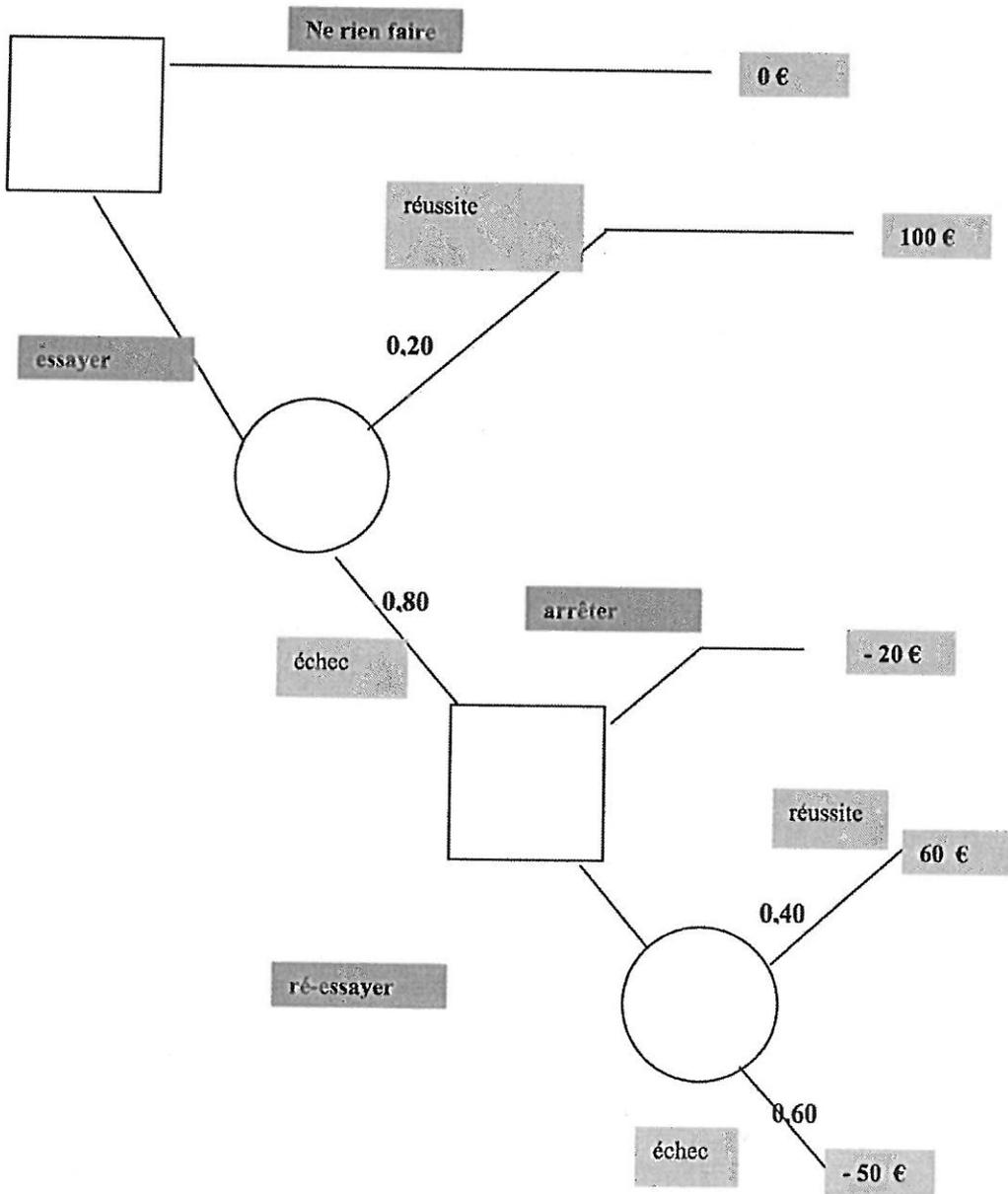
joindre cette page à votre copie, ne pas y écrire votre nom

8- critère de Bayes, valeur de l'information, structure d'information imparfaite...



9-tentatives

L'évaluation est en gain. Calculer la décision la plus avantageuse en élaguant l'arbre de décision. Que faut-il faire et que peut-il se passer ? Quel est la valeur de l'arbre ?



joindre cette page à votre copie, ne pas y écrire votre nom

1-on considère le programme suivant, appelé Primal

	$\text{Max } 2x + 3y$
( $\alpha$ )	$x + y \leq 6$
( $\beta$ )	$x - 2y \leq 2$
( $\gamma$ )	$y \leq 4$
	$x, y \geq 0$

