Université de Strasbourg
Faculté des Sciences Economiques
et de Gestion de Strasbourg

Année Universitaire 2012/2013

Licence 1ère année Economie-Gestion
Licence 1ère année Mathématiques-Economie

UE ECONOMIE
Session de mai

SUJET et CORRIGE

Matière : Microéconomie II: comportements individuels
Sujet de : Mme Spaeter et Mme Umbhauer

Durée : 2 heures

Documents autorisés : aucun.
Seules les calculatrices agréées par la faculté sont autorisées.

Barème: ***le barème n'est qu'indicatif. Vous observerez que le total des points est de 23 ; il n'est donc pas nécessaire de répondre à toutes les questions pour avoir la note maximale de 20.***

IDENTIFICATION DE L'ETUDIANT

AMPHI_____ Place______

NUMERO ANONYMAT___________ NUMERO ETUDIANT____________

NOTA BENE

- ***Il vous est demandé de répondre aux questions des exercices suivants dans les emplacements prévus sur ce document. Vous pouvez utiliser le dos des feuilles de composition si vous manquez de place dans les emplacements prévus.***
- ***Même si cela n'est pas explicitement rappelé dans chaque question, il vous est systématiquement demandé de justifier vos réponses.***

Exercice 1 (8.5 points)

Soit un consommateur qui dispose d'un budget de m euros, à dépenser dans l'achat de deux biens 1 et 2. Une unité de bien 1 coûte p_1 euros et une unité de bien 2 coûte p_2 euros.
La fonction d'utilité du consommateur est : $U(x_1,x_2) = x_1 x_2^6$

1) a) Rappelez la nature de cette fonction d'utilité et la nature de l'optimum du consommateur associé à ce type de fonction. Puis calculez l'optimum du consommateur.

REPONSE.
Il s'agit d'une fonction d'utilité Cobb-Douglas. L'optimum est un optimum intérieur : il faut une quantité strictement positive des deux biens pour avoir une utilité strictement positive.

Le consommateur maximise son utilité sous la contrainte de budget $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$.
Comme l'optimum est intérieur, on a à l'optimum :

$$\left|TMS(x_1^*, x_2^*)\right| = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{U'_{x_1}(x_1^*, x_2^*)}{U'_{x_2}(x_1^*, x_2^*)} = \frac{x_2^6}{6x_1 . x_2^5} = \frac{x_2}{6x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

D'où :

$p_2 x_2 = 6 p_1 x_1$ (*)

En remplaçant cette dernière égalité dans la contrainte de budget on obtient que :

$7 p_1 x_1 = m$ c'est-à-dire $x_1^* = \frac{m}{7 p_1}$. Et, finalement, en remplaçant dans (*), on obtient $x_2^* = \frac{6m}{7 p_2}$.

b) Quelle est la nature des deux biens (normaux/inférieurs, ordinaires/de Giffen, substituables ou non/ complémentaires ou non) ? Justifiez.

REPONSE.
Les deux biens sont normaux. On a en effet :

$\frac{\partial x_1^*}{\partial m} = \frac{1}{7 p_1} > 0$ et $\frac{\partial x_2^*}{\partial m} = \frac{6}{7 p_2} > 0.$

Les deux biens sont ordinaires. On a en effet :

$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{m}{7 p_1^2} < 0$ et $\frac{\partial x_2^*}{\partial p_2} = -\frac{6m}{7 p_2^2} < 0.$

Les deux biens ne sont ni complémentaires ni substituables. On a en effet :

$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = 0$ et $\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = 0.$

2) Calculez l'optimum du consommateur pour m = 1120, $p_1 = 4$ et $p_2 = 5$.

REPONSE.

En remplaçant dans les fonctions de demande obtenues à la question 1.a), on obtient :

$$x_1^* = \frac{1120}{7.4} = 40 \text{ et } x_2^* = \frac{6.1120}{7.5} = 192.$$

3) On suppose maintenant que le prix d'une unité de bien 2 chute de 5 euros à 4 euros. Etudiez la décomposition de l'effet total de la chute de p_2 en effet-substitution et effet-revenu, à l'aide de la méthode de Slutsky.
Calculez notamment les effets-substitution et les effets-revenu pour chacun des biens.
Précisez la droite de budget intermédiaire et précisez les caractéristiques de l'optimum intermédiaire. Donnez la représentation graphique de ces différents effets.
Justifiez le signe des effets revenu et des effets totaux en faisant appel à la nature des biens.

REPONSE.

Calculons d'abord le nouvel optimum. En remplaçant le nouveau prix $p_2' = 4$ dans les fonctions de demande des deux biens trouvés en 1.a), on a :

$$x'^*_1 = \frac{1120}{7.4} = 40 \ (= x_1^*) \text{ et } x'^*_2 = \frac{6.1120}{7.4} = 240.$$

Décortiquons maintenant les deux effets qui expliquent le passage de l'optimum (40,192) à l'optimum (40,240).

Effet-Substitution.

On cherche le revenu m' qui maintient le pouvoir d'achat du consommateur (le revenu qui permet d'acheter tout juste l'ancien panier (40,192) mais avec les nouveaux prix) :

$$\begin{array}{l} p_1.x_1^* + p_2'.x_2^* = m' \\ 4.40 + 4.192 = m' \end{array} \text{ et donc } m' = 928.$$

La droite de budget intermédiaire a comme équation (utile pour le graphe) : $p_1.x_1 + p_2'.x_2 = m'$ c'est-à-dire $4x_1 + 4x_2 = 928$.

L'optimum intermédiaire dû uniquement à l'effet-substitution s'obtient en remplaçant $p_2' = 4$ et $m' = 928$ dans les fonctions de demande des biens obtenus en 1.a). On a :

$$x_1^*(ES) = \frac{928}{7.4} = 33{,}14 \text{ et } x_2^*(ES) = \frac{6.928}{7.4} = 198{,}86$$

On a ainsi : $ES_1 = x_1^*(ES) - x_1^* = 33{,}14 - 40 = -6{,}86 < 0$

Et $ES_2 = x_2^*(ES) - x_2^* = 198{,}86 - 192 = 6{,}86 > 0$

Effet-revenu.

Pour calculer l'effet-revenu, on doit annuler la variation virtuelle appliquée au revenu du consommateur puisque celui-ci n'a pas changé. On repasse donc de m' à $m = 1120$ avec le nouveau prix $p_2' = 4$. On obtient alors l'optimum final calculé au début de la réponse à cette question : $x_1^* = \dfrac{1120}{7.4} = 40$ et $x_2^* = \dfrac{6.1120}{7.4} = 240$.

L'effet-revenu est alors : $ER_1 = x_1^*{}' - x_1^*(ES) = 40 - 33,14 = 6,86 > 0$

Et $ER_2 = x_2^*{}' - x_2^*(ES) = 240 - 198,86 = 41,14 > 0$

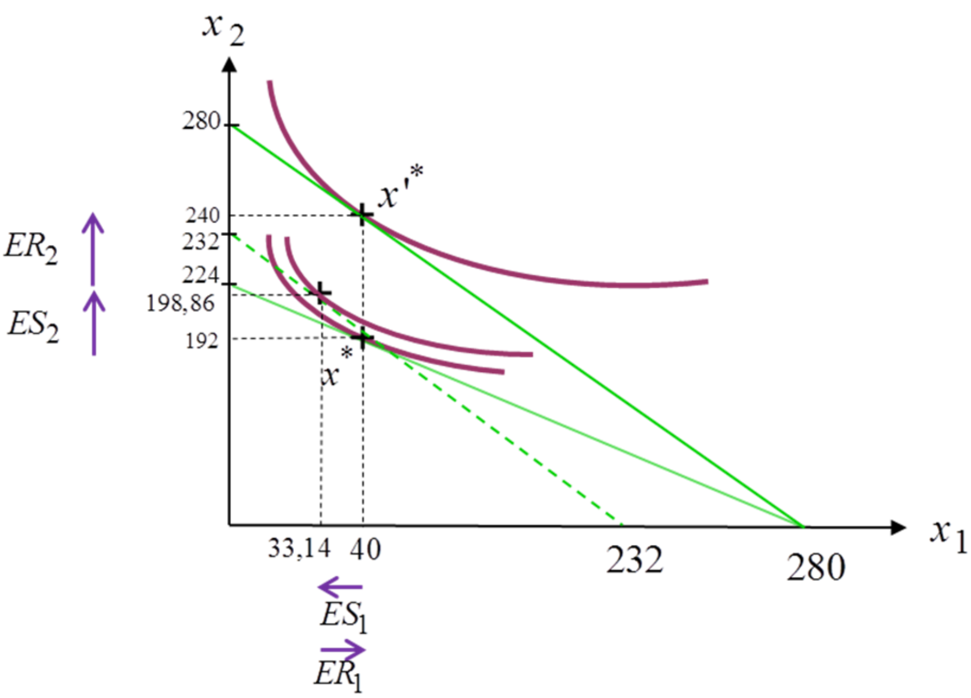
Effet total.

L'effet total correspond à la somme des deux effets. On a bien :

$x_1^*{}' - x_1^* = ES_1 + ER_1 = (-6,86) + 6,86 = 0$ ce qui correspond bien à $x_1^*{}' = x_1^* = 40$

Et $x_2^*{}' - x_2^* = ES_2 + ER_2 = 6,86 + 41,14 = 48$ ce qui correspond bien à $x_2^*{}' - x_2^* = 240 - 192$

Graphe.



Nature des biens.

Les deux effets-revenu sont positifs : les deux biens sont normaux (ce qu'on avait trouvé plus haut)

L'effet total sur le bien 1 est nul car son prix n'a pas bougé, et parce qu'il n'est ni substituable ni complémentaire, donc non affecté par la variation du prix du bien 2.

L'effet total sur le bien 2 est positif car il s'agit d'un bien ordinaire (on l'a vu plus haut).

Exercice 2 (6 points)

Soit un consommateur qui dispose d'un budget de 1220 euros, à dépenser dans l'achat de deux biens 1 et 2.
Une unité de bien 2 coûte 5 euros.
Pour l'achat du bien 1, il peut choisir entre deux types d'abonnement :
Abonnement 1. Cet abonnement lui coûte 100 € et lui permet d'acheter chaque unité de bien 1 au prix unitaire de 4 euros.
Abonnement 2. Cet abonnement lui coûte 350 euros : les 80 premières unités de bien 1 sont gratuites et chaque unité excédant 80 coûte 2.5 euros l'unité.

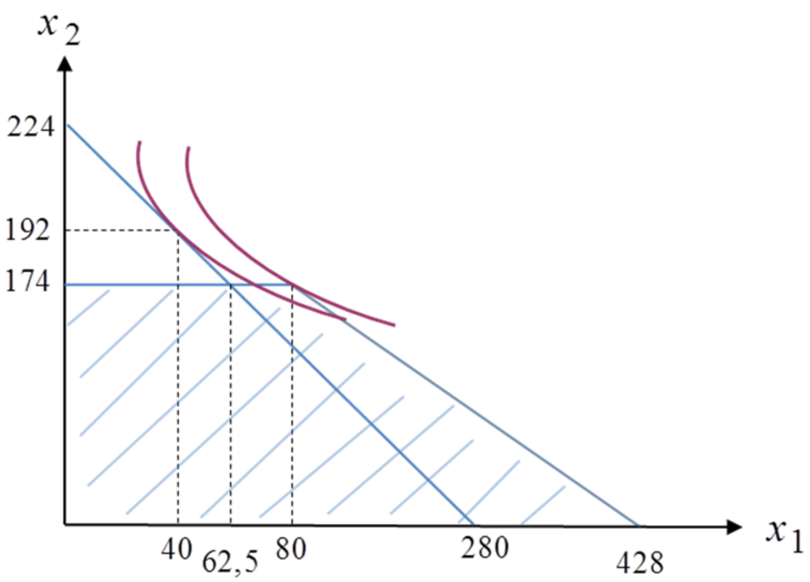
1) Montrez que la droite de budget associée au 1^er^ abonnement est : $4x_1 + 5x_2 = 1120$, et que la droite de budget associée au 2^ème^ abonnement est donnée par :
   $5x_2 = 870$ si $x_1 \leq 80$
   $2.5x_1 + 5x_2 = 1070$ si $x_1 > 80$
   Tracez les droites de budget des deux abonnements dans un même graphique.

REPONSE.
Pour le 1^er^ abonnement : les dépenses s'élèvent à $100 + 4x_1 + 5x_2$ pour un budget de 1220. On a donc $100 + 4x_1 + 5x_2 = 1220$, c'est-à-dire $4x_1 + 5x_2 = 1120$

Pour le 2^e^ abonnement,
Si $x_1 \leq 80$, les dépenses s'élèvent à $350 + 5x_2$ pour un budget de 1220. On a donc :
$350 + 5x_2 = 1220$ si $x_1 \leq 80$, c'est-à-dire $5x_2 = 870$ si $x_1 \leq 80$

Si $x_1 > 80$, les dépenses s'élèvent à $350 + 2,5.(x_1 - 80) + 5x_2$ pour un budget de 1220. On a donc : $350 + 2,5.(x_1 - 80) + 5x_2 = 1220$ si $x_1 > 80$, c'est-à-dire $2,5x_1 + 5x_2 = 1070$ si $x_1 > 80$

Graphe.



2) Supposez que le consommateur opte pour le 1er abonnement et que sa fonction d'utilité s'écrit : $U(x_1,x_2) = x_1 x_2^6$
Trouvez l'optimum du consommateur (il vous suffit de réécrire le résultat trouvé à la question 2 de l'exercice 1). Placez cet optimum dans le graphique de la question 1.

REPONSE.
Pour le 1er abonnement, on retombe sur la contrainte de budget du 1er exercice. La fonction d'utilité est également la même.

Nous avions trouvé à la question 2) que $x_1^* = 40$ et $x_2^* = 192$. C'est aussi l'optimum de cette question.

Cf. graphe plus haut.

3) Le consommateur se demande s'il est optimal pour lui de changer d'abonnement. Un ami lui conseille de ne pas procéder à ce changement, sachant qu'il consomme peu de bien 1 et que l'espace budgétaire correspondant au 2ème abonnement ne semble pas intéressant puisqu'il ne permet même pas d'acquérir l'ancien optimum. Lesquels de ses propos sont exacts, lesquels sont faux ? Que conseilleriez-vous au consommateur ?

REPONSE.
Il est vrai que l'optimum (40,192) n'appartient pas à l'ensemble budgétaire correspondant au 2e abonnement. En revanche, cet ensemble contient des points (dans la partie hachurée plus haut) que ne contient pas le 1er abonnement. Il peut être tout à fait possible que l'un de ces points intéresse notre consommateur mais n'a pas été choisi avec l'abonnement 1 car non atteignable.

Pour savoir s'il faut changer d'abonnement, on peut comparer en particulier l'utilité obtenue avec l'optimum (40, 192) et celle obtenue avec le point qui correspond au coude de la droite de budget du 2e abonnement, à savoir le panier (80, 174). On a :

$u(40,192) = 40.192^6 = 2,0039.10^{15}$ et $u(80,174) = 80.174^6 = 2,22.10^{15}$

On voit que le second point donne une utilité plus grande. L'abonnement 2 doit donc être préféré par le consommateur. Il faut donc qu'il en change.

Exercice 3 (8.5 points)

Soit la fonction de production : $f(x_1,x_2) = x_1^{0.4} x_2^{0.8}$
où y est la quantité de bien produit (output), x_1 la quantité de facteur de production 1 (input 1) et x_2 la quantité de facteur de production 2 (input 2).

I On se place à court terme. x_2 est une constante fixée à 32. Soient p, respectivement w_1 et w_2, le prix d'une unité de bien produit, d'une unité de facteur de production 1 et d'une unité de facteur de production 2. On fixe $p = 10$, $w_1 = 1$ et $w_2 = 50$.

1) Ecrivez la fonction de production et représentez-la graphiquement. Quelle est l'allure de cette fonction ?

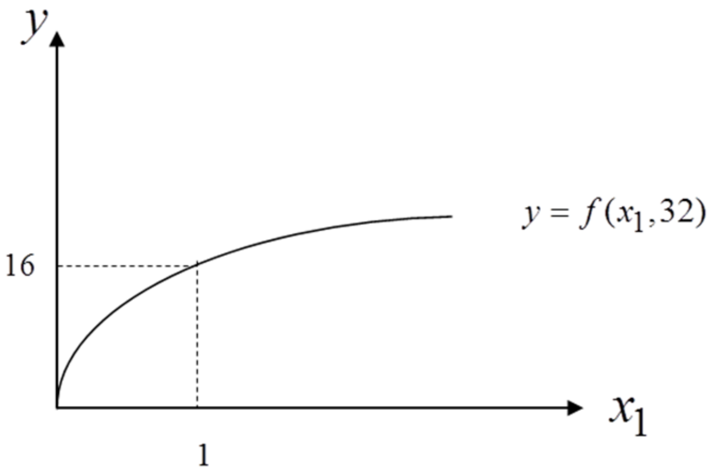
REPONSE.

La fonction de production de court terme s'écrit $y = x_1^{0,4}.32^{0,8} = 16x_1^{0,4}$.

Cette fonction est croissante, concave. On a en effet :

$y'(x_1) = 6,4x_1^{-0,6} > 0$ et $y''(x_1) = -3,84x_1^{-1,6} < 0$.

Graphe.



2) On fixe x_1 = 500. Rappelez la condition d'optimalité du profit à court terme. Est-elle remplie pour x_1 = 500 ? Comment le producteur doit-il faire évoluer x_1 pour augmenter son profit ?

REPONSE.

A court terme, la condition d'optimisation du profit est telle que la quantité x_1^* de facteur variable vérifie :

$$p.Pm_1(x_1^*,32) = w_1 \text{ c'est-à-dire } 10.Pm_1(x_1^*,32) = 1$$

Pour $x_1 = 500$, elle n'est pas vérifiée. On a en effet :

$Pm_1(x_1,32) = \dfrac{dy(x_1)}{dx_1} = 6,4x_1^{-0,6}$ et, pour $x_1 = 500$, on a $Pm_1(500,32) = 0,154$.

Donc $p.Pm_1(500,32) = 1,54 > w_1 = 1$

La productivité marginale en valeur du facteur 1 est plus grande que son coût unitaire : une unité de facteur 1 en plus rapporte plus que ce qu'elle coûte. Le producteur doit encore augmenter les quantités de facteur 1 et augmenter la production.

3) Calculez les quantités optimales de facteur de production 1, de bien produit, ainsi que le profit optimal. Comment expliquez-vous le signe du profit optimal ?

REPONSE.
A l'optimum de court terme, on doit avoir :

$$p.Pm_1(x_1^*,32) = w_1$$
$$\Leftrightarrow 10.\left(6,4x_1^{*-0,6}\right) = 1$$
$$\Leftrightarrow x_1^* = 1024$$

Sachant que $\overline{x_2} = 32$, on a : $y^* = 1024^{0,4}.32^{0,8} = 256.$ Le profit optimal de court terme est alors :

$$\pi = p.y^* - w_1.x_1^* - w_2.\overline{x_2}$$
$$= 10.256 - 1.1024 - 50.32$$
$$= -64 < 0$$

Le profit peut être négatif à court terme si le facteur fixe est cher par exemple et que sa quantité fixe à court terme n'est pas la quantité que l'on souhaiterait utiliser.

II On se place maintenant à long terme.

1) On peut maintenant faire varier la quantité de tous les facteurs de production et on choisit d'utiliser les quantités x_2 = 64 (c'est-à-dire le double de la quantité de court terme) et $x_1 = 2x_1^*$, où x_1^* est la quantité optimale de facteur 1 de court terme. Calculez la quantité de bien produite et le profit associé. Comment expliquez-vous l'évolution de la quantité de bien produite et du profit ? Vous utiliserez le concept de rendement d'échelle pour répondre à cette question.

REPONSE.
On a maintenant $x_1 = 2048$ et $x_2 = 64$ (les quantités de facteur de production ont été doublées).

La nouvelle quantité produite est : $y' = 2048^{0,4}.64^{0,8} = 588,13 > 2y = 2.256 = 512.$

Les rendements d'échelle de cette technologie sont croissants. La somme des exposants dans la fonction de production est, en effet, plus grande que 1.
Ainsi, quand on double toutes les quantités de facteurs de production, on fait plus que doubler la production.
Le nouveau profit est :

$$\pi' = p.y' - w_1.x_1 - w_2.x_2 = 10.588,13 - 1.2048 - 50.64 = 633,3 > 0$$

Du fait des rendements d'échelle croissants, le profit fait également plus que doubler et peut, ainsi, devenir positif.

2) Existe-t-il un profit optimal de long terme ? Justifiez (vous pouvez utiliser le dos de la feuille pour répondre).

REPONSE.
Non, quand les rendements d'échelle sont croissants il n'existe pas de profit optimal fini.
Il suffit de multiplier les facteurs de production par un facteur plus grand que 1 pour que la production et les profits soient multipliés par un nombre plus grand que ce facteur. On peut donc toujours augmenter les profits.