

Chargé de cours : Éric Fries Guggenheim  
Chargés de TD : Éric Fries Guggenheim, Luc Naegele, Lionel Rischmann, Jacques Salvan

## L1 – MACROÉCONOMIE I

**Corrigé**

**Contrôle terminal – 2<sup>ème</sup> session – 17 juin 2013**

**Durée totale de l'épreuve : 2 heures**

Documents autorisés : NÉANT

Dictionnaire bilingue pour les candidats étrangers nominativement autorisés uniquement

**Calculatrices interdites**

On donne le modèle (I) suivant d'inspiration keynésienne d'une économie à deux secteurs, entreprises et ménages :

$$(I) \begin{cases} (1) I = I_a - \gamma r_a \\ (2) S = sY - C_a \\ (3) I = S \end{cases}$$

I est l'investissement dans cette économie  
 $I_a$  est l'investissement autonome  
 $\gamma$  est la sensibilité de l'investissement au taux d'intérêt  
 $r_a$  est le taux d'intérêt réel, dans ce modèle il est autonome  
S est l'épargne des ménages  
s est la propension marginale à épargner  
Y est le produit intérieur brut égal au revenu  
 $C_a$  est la consommation autonome

Dans ce modèle les paramètres,  $I_a$ ,  $\gamma$ ,  $r_a$ , s, et  $C_a$ , sont tous positifs.

**Question 1.** (3 points)

1.1. Expliquez l'équation (1)

La fonction d'investissement, qui est une fonction très instable, est une fonction décroissante du taux d'intérêt modulo le paramètre  $\gamma$ . En effet plus le taux d'intérêt est faible plus l'entrepreneur a de possibilités de réaliser des investissements ayant une EmK supérieure au taux d'intérêt du marché.

La partie  $I_a$  de la fonction d'investissement, dite investissement autonome car ne dépendant ni de Y ni de r, dépend des anticipations très fluctuantes des entrepreneurs, et elle est de ce fait très instable. Pour nous  $I_a$  est un paramètre dont la valeur est fixée en dehors du modèle donc de façon exogène.

Il convient de noter que dans ce petit modèle la partie de l'investissement qui dépend du taux d'intérêt est de fait également exogène, puisque nous n'avons que la partie réelle d'un modèle plus grand dans lequel le taux d'intérêt du marché r sera être déterminé. Mais dans le cas présent  $r = r_a$ , et la valeur de  $r_a$  est exogène car déterminée en dehors du système. Sans doute dans la partie monétaire d'un modèle plus large. Nous comptons  $r_a$  parmi les paramètres dans la mesure où nous ne l'avons pas désigné dans une équation particulière qui serait :

$$(4) r = r_a$$

et qui signifierait alors nettement r comme variable exogène. On voit que la différence entre variable exogène et paramètre n'est pas toujours très marquée.

Nous avons donc ici une fonction d'investissement supposée linéaire :

$$(1) I = I_a - \gamma r_a \text{ avec } \frac{dI}{dr} = -\gamma < 0 \text{ ou } -\gamma \text{ est la sensibilité de l'investissement au taux d'intérêt.}$$

## 1.2. Expliquez l'équation (2)

Dans ce modèle l'épargne est une fonction croissante du revenu. Plus le revenu est élevé et plus l'épargne est élevée.

$\frac{dS}{dY} = s$  où  $s$  est la propension marginale à épargner. Dans ce modèle, la fonction d'épargne est linéaire et donc la fonction de consommation sera également linéaire puisque par définition dans un modèle simple à deux secteurs  $Y \equiv C + S$  et donc  $C \equiv Y - S$ . On peut donc écrire  $C = Y - s Y + C_a \Leftrightarrow C = (1-s) Y + C_a$ . La propension à épargner est  $c = (1-s)$  ou ce qui est équivalent  $s = (1-c)$  avec  $0 < s < 1$  et donc  $0 < c < 1$ , et  $C_a$  est la partie de la consommation indépendante du revenu, encore appelée consommation autonome (du revenu).  $(-C_a)$  est alors la partie de l'épargne indépendante du revenu ou épargne autonome et on peut écrire :

$$(2) S = s Y - C_a \Leftrightarrow (2)' C = c Y + C_a$$

## 1.3. Expliquez l'équation (3)

$I = S$  est la condition d'équilibre de ce modèle.

Elle implique qu'à l'équilibre l'épargne égale l'investissement. En fait l'épargne s'ajuste à l'investissement. En effet c'est de l'investissement et de la consommation que dépend le revenu. L'épargne suit. L'épargne s'ajuste. Elle est résiduelle. Ce qui est déterminant c'est le niveau de la demande effective, c'est-à-dire de la demande anticipée par les entrepreneurs. Car ils ajustent leurs plans de production à cette demande anticipée afin de maximiser leur profit. Ils ne maximisent leurs profits que s'ils parviennent à vendre ce qu'ils ont produit. La condition d'équilibre c'est donc : Offre globale = demande globale et quand on considère qu'il n'y a pas de décalage entre production de biens et service et distribution du revenu c'est : Revenu = Demande globale c'est-à-dire  $Y = C + I$  ou encore  $Y - C = I$  et comme par définition  $Y \equiv C + S$  et donc  $C \equiv Y - S$  la condition d'équilibre peut s'écrire  $S = I^1$ . De ce fait la condition d'équilibre sur le marché des biens et services, encore appelé partie réelle du modèle à prix fixe peut indifféremment s'écrire :

$$(3) I = S \text{ ou bien } (3)' Y = C + I$$

## Question 2. (4 points)

2.1 Calculez la solution de ce modèle de façon paramétrique.

La solution du modèle c'est l'ensemble des valeurs des trois variables endogènes de ce modèle  $I, S$  et  $Y$ , en fonction des variables exogènes et des paramètres  $I_a, \gamma, r_a, s$ , et  $C_a$ .

(I) étant la forme structurelle du modèle cela revient à calculer la forme réduite du modèle pour le revenu  $Y$ , pour l'investissement  $I$  et pour l'épargne  $S$ .

2.1.1. On trouve la forme réduite du modèle (I) pour le revenu en remplaçant dans la condition d'équilibre (3) les variables  $I$  et  $S$  par leurs valeurs dans les équations (1) et (2), soit :

$$(3) I = S \Leftrightarrow I_a - \gamma r_a = s Y - C_a \Leftrightarrow s Y = C_a + I_a - \gamma r_a \Leftrightarrow Y = \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s}$$

2.1.2. On trouve la forme réduite du modèle (I) pour l'investissement en remplaçant  $r$  par sa valeur dans (1). On se rend compte alors que comme  $I_a$  est autonome et donc exogène et que  $r = r_a$  est exogène alors c'est  $I$ , l'investissement, qui dans ce modèle est exogène.

$I = I_a - \gamma r_a$  est la forme réduite pour l'investissement dans le modèle (I), mais en fait la valeur de cette forme réduite est totalement exogène.

---

<sup>1</sup>  $S = I$  c'est bien évidemment identique à  $I = S$ . C'est de là que vient d'où le nom de courbe IS pour désigner la courbe correspondant aux couples  $(Y, r)$  pour lesquels on a l'équilibre sur le marché des biens et services dans le modèle de Hicks et Hansen, encore appelé modèle IS-LM, le modèle plus large intégrant partie réelle et partie monétaire que l'on étudie en L2-S1.

2.1.3 On trouve la forme réduite du modèle (I) pour l'épargne :

– soit en remplaçant dans l'équation (2) Y par la valeur calculée ci-dessus soit :

$$(2) S = sY - C_a \Leftrightarrow S = s \left( \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s} \right) - C_a \Leftrightarrow S = C_a + I_a - \gamma r_a - C_a \Leftrightarrow \boxed{S = I_a - \gamma r_a}$$

– soit, et c'est encore plus simple, en remplaçant dans l'équation (3) I par sa forme réduite :

$$(3) I = S \Leftrightarrow I_a - \gamma r_a = S \Leftrightarrow \boxed{S = I_a - \gamma r_a}$$

Calculez paramétriquement :

2.2. le multiplicateur d'investissement autonome pour le revenu,

$$Y = \frac{1}{s} (C_a + I_a - \gamma r_a)$$

$$\Rightarrow \Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$$

Si on s'intéresse au multiplicateur d'investissement autonome pour le revenu on suppose que  $\Delta C_a = 0$  et que  $\Delta r_a = 0$  soit :

$$\Delta Y = \frac{1}{s} \Delta I_a \Leftrightarrow \boxed{\frac{\Delta Y}{\Delta I_a} = \frac{1}{s}}$$
 qui est le multiplicateur de l'investissement autonome pour le revenu

2.3. le multiplicateur d'investissement autonome pour l'épargne,

Nous savons que  $S = sY - C_a$  donc  $\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a$ .

Par ailleurs nous avons montré à la question 2.2. que  $\Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$ .

$$\text{soit : } \Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = s \left[ \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) \right] - \Delta C_a \Leftrightarrow$$

$$\Delta S = (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = \Delta I_a - \gamma \Delta r_a \text{ et si on suppose que } \Delta r_a = 0 \text{ alors :}$$

$$\Delta S = \Delta I_a \Leftrightarrow \boxed{\frac{\Delta S}{\Delta I_a} = 1}$$
, c'est-à-dire que le multiplicateur d'investissement autonome pour l'épargne est égal à 1.

En fait comme nous l'avons déjà dit l'épargne s'ajuste à l'investissement dans ce modèle. Nous aurions d'ailleurs pu calculer ce multiplicateur d'investissement autonome pour l'épargne encore plus facilement en partant de la condition d'équilibre :

$$(3) I = S \Leftrightarrow \Delta I_a - \gamma \Delta r_a = \Delta S \text{ soit pour } \Delta r_a = 0, \Delta S = \Delta I_a \Leftrightarrow$$

$$2.4. \text{ le multiplicateur du taux d'intérêt autonome pour l'épargne. } \boxed{\frac{\Delta S}{\Delta I_a} = 1}.$$

Nous allons prendre la solution la plus rapide pour commencer. Nous partons de la condition d'équilibre

$$(3) I = S \Leftrightarrow \Delta I_a - \gamma \Delta r_a = \Delta S \text{ soit pour } \Delta I_a = 0, \Delta S = -\gamma \Delta r_a \Leftrightarrow \boxed{\frac{\Delta S}{\Delta r_a} = -\gamma}.$$

Le multiplicateur du taux d'intérêt autonome pour l'épargne vaut donc  $-\gamma$ .

Mais on peut également partir de l'équation (1)  $S = sY - C_a$  ce qui nous permet d'écrire :

$$\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a.$$

Dans la réponse à la question 2.2. nous avons montré que  $\Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$  et en remplaçant  $\Delta Y$  par sa valeur dans l'équation  $\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a$  on trouve :

$$\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = s \left[ \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) \right] - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = \Delta I_a - \gamma \Delta r_a. \text{ Pour } \Delta I_a = 0$$

on trouve alors  $\Delta S = -\gamma \Delta r_a \Leftrightarrow \frac{\Delta S}{\Delta r_a} = -\gamma$ .

**Question 3.** (4 points)

Montrez que le modèle (I) et le modèle (II) ci dessous ne sont qu'un seul et même modèle considérés sous deux angles différents :

(II)	{	$(1) I = I_a - \gamma r_a$ $(4) C = cY + C_a$ $(5) Y = C + I$	<p>I est l'investissement dans cette économie  <math>I_a</math> est l'investissement autonome  <math>\gamma</math> est la sensibilité de l'investissement au taux d'intérêt  <math>r_a</math> est le taux d'intérêt réel, dans ce modèle il est autonome  C est la consommation des ménages  c est la propension marginale à consommer  Y est le produit intérieur brut égal au revenu  <math>C_a</math> est la consommation autonome</p>
------	---	---	---

L'équation (1) est commune aux deux modèles

Nous sommes dans une économie à deux secteurs et il n'y a donc pas de fonction d'impôt, ni dépenses publiques, d'importation et d'exportation.

Dans ce cadre nous savons que par définition  $Y \equiv C + S$  et donc  $S \equiv Y - C$ .

Nous pouvons donc inférer l'équation (2) à partir de l'équation (4) :

$$(4) C = cY + C_a \Rightarrow Y - C = Y - (cY + C_a)$$

$$\Rightarrow S = Y - cY - C_a \Leftrightarrow S = (1-c) Y - C_a \Leftrightarrow (2) S = sY - C_a$$

Nous pouvons en outre inférer l'équation (5) à partir de l'équation (3) :

Comme  $Y \equiv C + S \Leftrightarrow C \equiv Y - S$  alors

$$(3) I = S \Rightarrow Y - I = Y - S \Leftrightarrow Y - I = C \Leftrightarrow (5) Y = C + I$$

Nous avons ainsi montré que :

$$(I) \begin{cases} (1) I = I_a - \gamma r_a \\ (2) S = sY - C_a \\ (3) I = S \end{cases} \Leftrightarrow (II) \begin{cases} (1) I = I_a - \gamma r_a \\ (4) C = cY + C_a \\ (5) Y = C + I \end{cases}$$

**Question 4.** (4 points)

Dans le chapitre 9 de la Théorie Générale portant sur « *La propension à consommer : 2° les facteurs subjectifs* », pages 127-128 de l'édition de la petite bibliothèque Payot<sup>2</sup>, John Maynard Keynes écrit la chose suivante :

<sup>2</sup> **Keynes, John Maynard.** *Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie.* Petite Bibliothèque Payot : Paris, 1975. Édition française publiée en 1939 de *General Theory of Employment, Interest and Money*, publiée en 1936. Traduction par Jean de Largentaye. Chapitre 9. La propension à consommer : 2° les facteurs subjectifs. Pages 127-128.

1 Même si l'attrait du revenu accru qui sera gagné plus tard en conséquence d'une hausse du  
2 taux de l'intérêt a pour effet d'affaiblir la propension à consommer, on peut affirmer  
3 qu'une hausse du taux de l'intérêt a pour effet de diminuer le montant effectivement  
4 épargné. L'épargne globale est en effet commandée par l'investissement global; une  
5 hausse du taux de l'intérêt (si elle n'est pas compensée par une élévation correspondante  
6 de la courbe de la demande d'investissement) diminuera l'investissement ; elle fera donc  
7 nécessairement baisser les revenus au niveau où l'épargne aura décliné dans la même  
8 mesure que l'investissement. Étant donné que le revenu diminue plus que l'investissement  
9 en valeur absolue, il est exact que la consommation diminuera quand le taux de l'intérêt  
10 s'élèvera. Mais ceci ne veut pas dire que la marge correspondant à l'épargne s'en trouvera  
11 augmentée. Au contraire, l'épargne et la consommation diminueront *simultanément*.

12 Ainsi, lors même qu'une hausse du taux de l'intérêt amène effectivement la communauté à  
13 épargner une part plus grande *d'un revenu donné*, on peut être tout à fait sûr (s'il ne se  
14 produit aucun changement favorable dans la courbe de la demande d'investissement)  
15 qu'elle diminuera le montant total de l'épargne effectivement constituée. [...]

16 La hausse du taux de l'intérêt pourrait nous inciter à épargner plus *si* nos revenus restaient  
17 inchangés. Mais si cette hausse contrarie l'investissement, nos revenus ne resteront pas et  
18 ne peuvent pas rester inchangés. Ils baisseront nécessairement jusqu'à ce que: le déclin de  
19 la capacité d'épargner suffise à compenser le stimulant que l'épargne trouve dans la  
20 hausse du taux de l'intérêt. Plus nous sommes ascètes, plus résolument nous sommes  
21 économes, plus obstinément nous sommes orthodoxes dans la gestion de nos finances  
22 personnelles et publiques et plus aussi nos revenus doivent baisser lorsque le taux de  
23 l'intérêt s'élève par rapport à l'efficacité marginale du capital.

4.1. Donnez un titre à cet extrait.

Titre de l'extrait : Le paradoxe de l'épargne

D'après ce texte qu'elles seront les conséquences d'une augmentation de  $r_a$  :

4.2.1. sur l'équation (1) des systèmes (I) et (II)

**Lignes 4 à 6 :** L'épargne globale est en effet commandée par l'investissement global; une hausse du taux de l'intérêt (si elle n'est pas compensée par une élévation correspondante de la courbe de la demande d'investissement) diminuera l'investissement

L'augmentation de  $r_a$  va, d'après ce texte, diminuer l'investissement toutes choses égales par ailleurs c'est à dire si elle n'est pas compensée par un déplacement de la courbe d'investissement, c'est-à-dire si  $I_a$  n'augmente pas.

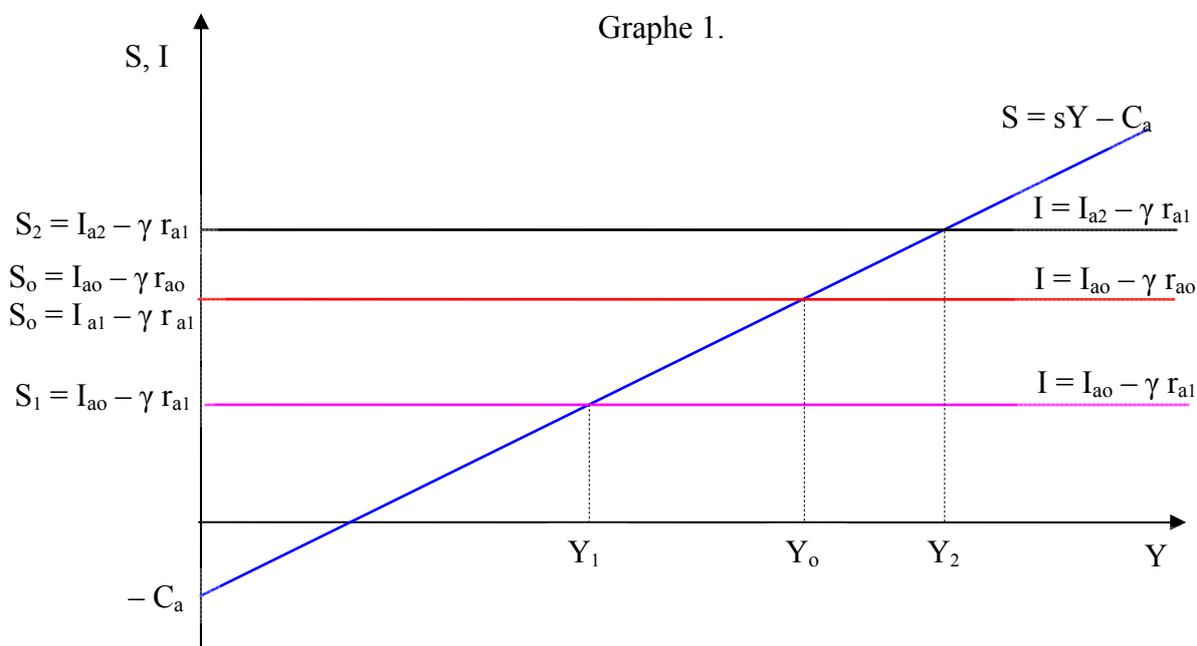
Cela peut être mis en lumière à partir de notre modèle (qu'elle qu'en soit la version bien évidemment puisque les deux versions sont identiques) :

(1)  $I = I_a - \gamma r_a$  et donc  $\Delta I = \Delta I_a - \gamma \Delta r_a$

Une hausse du taux d'intérêt, c'est-à-dire  $\Delta r_a > 0$  se traduit donc par une baisse de l'investissement c'est-à-dire  $\Delta I < 0$  puisque  $\frac{\Delta I}{\Delta r_a} = -\gamma$  (où  $\gamma$  est positif comme tous les

paramètres du modèle).

Si nous représentons graphiquement le modèle (I), par un graphique dans lequel l'épargne et l'investissement exprimés en fonction du revenu sont en ordonnée, le revenu étant en en abscisse, cela signifie, puisque  $I$  est exogène, un déplacement de la fonction d'investissement  $I = I_a - \gamma r_a$  vers le bas de  $I_o = I_{a0} - \gamma r_{a0}$ , en  $I = I_{a0} - \gamma r_{a1}$ , et donc une baisse du revenu d'équilibre de  $Y_o$  en  $Y_1$  et de l'épargne de  $S_o$  en  $S_1$ , sauf si l'investissement **autonome**  $I_a$  venait à s'accroître ( $I_{a1} > I_{a0}$ ) et à compenser cette baisse du taux d'intérêt, ou éventuellement à la surcompenser ( $I_{a2} > I_{a1}$ )



Nous avons donc un **déplacement de la courbe** d'investissement à la suite d'une variation du taux d'intérêt  $r_a$ . Si  $r_a$  augmente  $I$  se déplace vers le bas. Seule une variation de  $I_a$  dans l'autre sens pourrait compenser cette baisse de l'ordonnée à l'origine de la fonction d'investissement. Mais on ne voit pas bien au non de quoi une hausse du taux d'intérêt pourrait rendre les entrepreneurs plus optimistes.

#### 4.2.2. sur l'équation (2) du système (I)

On trouve dans ce texte de nombreux passages renvoyant à l'effet de la hausse de  $r_a$  sur la fonction d'épargne.

Lignes 4 à 8 : L'épargne globale est en effet commandée par l'investissement global; une hausse du taux de l'intérêt (si elle n'est pas compensée par une élévation correspondante de la courbe de la demande d'investissement) diminuera l'investissement ; elle fera donc nécessairement baisser les revenus au niveau où l'épargne aura décliné dans la même mesure que l'investissement.

Lignes 12 à 15 : Ainsi, lors même qu'une hausse du taux de l'intérêt amène effectivement la communauté à épargner une part plus grande *d'un revenu donné*, on peut être tout à fait sûr (s'il ne se produit aucun changement favorable dans la courbe de la demande d'investissement) qu'elle diminuera le montant total de l'épargne effectivement constituée.

Lignes 16 à 20 : La hausse du taux de l'intérêt pourrait nous inciter à épargner plus *si* nos revenus restaient inchangés. Mais si cette hausse contrarie l'investissement, nos revenus ne resteront pas et ne peuvent pas rester inchangés. Ils baisseront nécessairement jusqu'à ce que: le déclin de la capacité d'épargner suffise à compenser le stimulant que l'épargne trouve dans la hausse du taux de l'intérêt.

En fait ce que nous dit Keynes c'est que la hausse du taux d'intérêt va peut-être inciter les ménages à épargner d'avantage, mais à condition que le niveau du revenu reste identique. Or le revenu ne peut pas rester identique puisque la hausse du taux d'intérêt entraîne une baisse de l'investissement et donc une baisse de la demande globale.

En fait dans l'idée de Keynes la variation du taux d'intérêt a peu d'effet sur la consommation et donc peu d'effet sur l'épargne.

Dans notre modèle (I) partant de l'équation (2)  $S = sY - C_a$  on déduit que  $\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a$ .

Si comme le pense Keynes la variation du taux d'intérêt a peu d'influence sur la consommation, donc sur la consommation autonome ( $C_a$ ), et sur la propension à consommer ( $c$ ), cette hausse n'aura pas non plus d'influence sur l'épargne autonome ( $- C_a$ ) et sur la propension à investir ( $s = 1-c$ ).

Pour  $s$  constant et  $\Delta C_a = 0$  on aura  $\Delta S = s \Delta Y$  (6)

Par ailleurs l'équation (3)  $I = S$  nous permet de calculer la valeur de  $Y$  à l'équilibre (voir la réponse à la question 2.1. ci-dessus, point 2.1.1)

$$(3) I = S \Leftrightarrow I_a - \gamma r_a = s Y - C_a \Leftrightarrow s Y = C_a + I_a - \gamma r_a \Leftrightarrow Y = \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s}$$

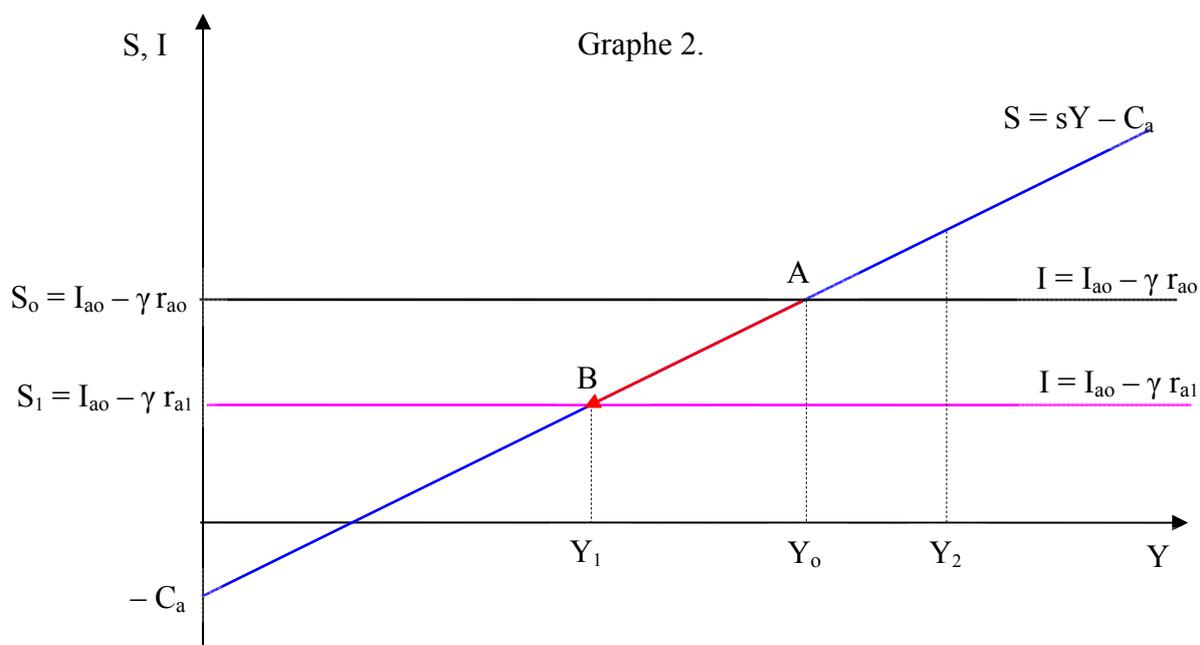
d'où l'on tire que  $\Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$  et pour  $\Delta C_a = 0$  on obtient  $\Delta Y = \frac{1}{s} (-\gamma \Delta r_a)$  soit

$\Delta Y = -\frac{\gamma}{s} \Delta r_a$  et en plaçant cette valeur dans l'équation (6) ci-dessus cela nous donne :

$$\Delta S = s \Delta Y \Leftrightarrow \Delta S = s \left( -\frac{\gamma}{s} \Delta r_a \right) \Leftrightarrow \Delta S = -\gamma \Delta r_a \text{ ou encore } \frac{\Delta S}{\Delta r_a} = -\gamma. \text{ (voir réponse à la}$$

question 2.4. ci-dessus).

Graphiquement on observe un déplacement sur la courbe (2), la courbe d'épargne du point A au point B, au fur et à mesure que la courbe d'investissement baisse le taux d'intérêt augmentant de  $r_{a0}$  à  $r_{a1}$ .



Cela étant les trois passages cités ci-dessus laissent néanmoins entendre qu'une hausse du taux d'intérêt puisse induire une variation à la hausse de l'épargne à revenu constant. Cela signifie soit une hausse de la propension à épargner  $s = 1 - c$ , soit une hausse de l'épargne indépendante du revenu, l'épargne autonome, c'est-à-dire en réalité à une baisse de la consommation autonome puisque dans notre modèle linéaire l'épargne autonome c'est  $-C_a$ .

Dans ces deux cas on aura alors un déplacement de la fonction d'épargne puis un déplacement sur la fonction d'épargne qui conduira en fin de compte à une baisse du revenu et donc de l'épargne.

Il faut cependant traiter séparément ces deux points pour travailler *ceteris paribus*.

Premièrement : Si l'épargne autonome augmente pour une propension à épargner inchangée.

Si  $(-C_a)$  augmente, donc si  $C_a$  diminue, l'épargne baisse proportionnellement à l'investissement autonome.

En effet comme on l'a montré ci-dessus partant du revenu d'équilibre

$Y = \frac{1}{s} (C_a + I_a - \gamma r_a)$  on obtient  $\Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$  et en partant de  $S = sY - C_a$  on obtient  $\Delta S = s \Delta Y - \Delta C_a$ . En portant la valeur de  $\Delta Y$  dans cette dernière équation on trouve :

$$\Delta S = s \left[ \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) \right] - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) - \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta S = \Delta I_a - \gamma \Delta r_a$$

et pour  $\Delta I_a = 0$  alors  $\Delta S = -\gamma \Delta r_a$  quel que soit  $\Delta C_a$  qui s'élimine dans l'équation.

Donc l'épargne peut augmenter de façon autonome pour un revenu donné, c'est-à-dire que la fonction d'épargne peut se déplacer vers en haut à gauche parallèlement à elle-même à la suite d'une hausse du taux d'intérêt  $\Delta r_a$ , cela ne changera rien à la diminution de l'épargne qui sera toujours  $\Delta S = -\gamma \Delta r_a$ . L'épargne baissera toujours d'autant que l'investissement total aura baissé, ce que nous indique d'ailleurs la condition d'équilibre (3)  $I = S$  qui implique que  $\Delta I = \Delta S$ .

Par contre la baisse de la consommation autonome entrainera bien une baisse supplémentaire du revenu (et donc du niveau de l'emploi). Partons  $\Delta Y = \frac{1}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a)$ . Nous avons

pour  $\Delta C_a = 0$  et  $\Delta I_a = 0$  une baisse du revenu de  $\Delta Y = \frac{-\gamma}{s} \Delta r_a$ . Nous aurons maintenant une

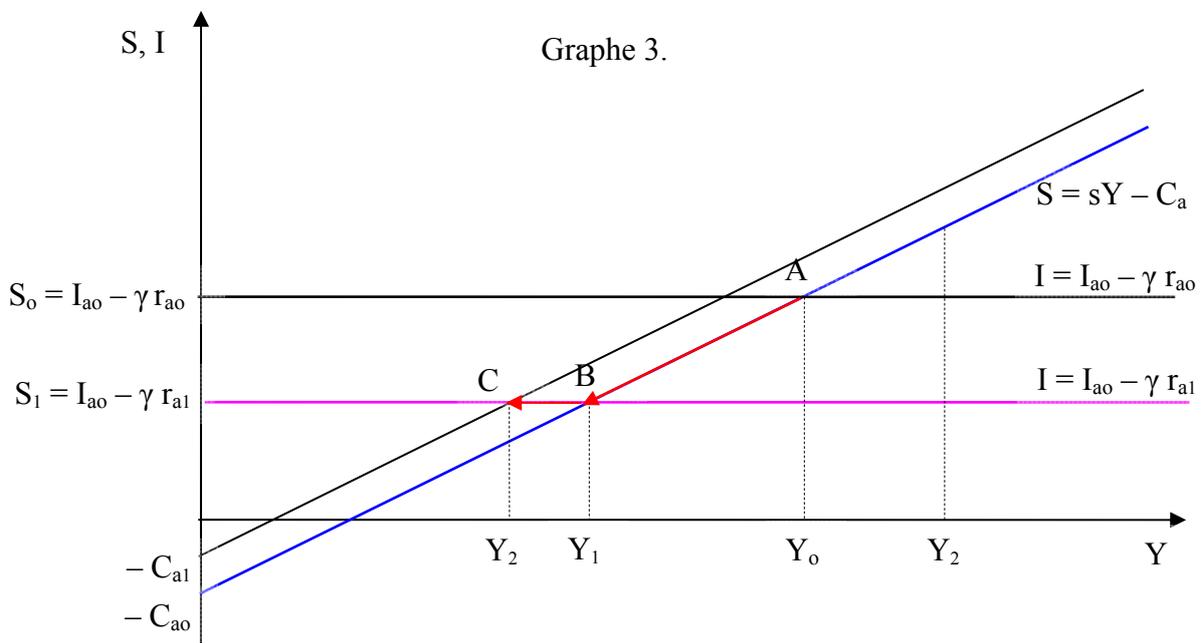
baisse supplémentaire du revenu lié à la baisse de la consommation autonome  $\Delta Y = \frac{1}{s} \Delta C_a$ , où  $\Delta C_a$  est négatif.

En tout la baisse de  $\Delta Y$  est de  $\Delta Y = \frac{1}{s} \Delta C_a + \frac{-\gamma}{s} \Delta r_a$  où  $\Delta C_a < 0$ .

La baisse du revenu est supérieure, mais la baisse de l'épargne est identique puisque :

$\Delta S = \Delta I = -\gamma \Delta r_a$  ce qui signifie que ce sont les ménages qui vont pâtir de la baisse du revenu, la consommation étant plus forte que la baisse de l'épargne, et notamment la baisse de la consommation des salariés puisque le niveau de l'emploi va baisser davantage qu'en l'absence d'une hausse de l'épargne autonome.

Graphiquement :



Deuxièmement : Si la propension marginale à épargner augmente pour une épargne autonome inchangée.

Si  $s$  augmente le résultat est identique. L'épargne baisse proportionnellement à l'investissement autonome. Par contre la consommation diminuant le revenu va diminuer davantage encore.

En effet de la condition d'équilibre (3)  $I = S$  on peut déduire que  $\Delta I = \Delta S$  et de l'équation (1)  $I = I_a - \gamma r_a$  on peut déduire que  $\Delta I = \Delta I_a - \gamma \Delta r_a$  soit pour  $\Delta I_a = 0$ ,  $\Delta I = -\gamma \Delta r_a$  et cela est vrai quelle que soit  $s$ . Si  $s$  augmente et passe à  $s'$ , avec  $s' > s$  la baisse de l'épargne reste limité à celle induite par la hausse du taux d'intérêt  $\Delta S = \Delta I = -\gamma \Delta r_a$ .

Par contre, pour ce qui est du revenu, les effets de la hausse de la propension à consommer se surajoute aux effets de la hausse du taux d'intérêt tous les deux ayant un effet à la baisse sur le revenu. Une hausse du taux d'intérêt réduit le revenu et de même une hausse de la propension à épargner réduit le revenu.

Partons de  $Y = \frac{1}{s} (C_a + I_a - \gamma r_a)$  et calculons  $\frac{dY}{ds}$  et  $\frac{dY}{dr_a}$

$$\frac{dY}{ds} = \left( \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s} \right)' = [(C_a + I_a - \gamma r_a) s^{-1}]' = - (C_a + I_a - \gamma r_a) s^{-2} = - \frac{(C_a + I_a - \gamma r_a)}{s^2} < 0$$

pour autant que  $C_a + I_a > \gamma r_a$ , ce qui fait bien partie des hypothèses de Keynes pour lequel l'influence du taux d'intérêt sur l'épargne et la consommation est en général assez faible.

$$\frac{dY}{dr_a} = -\frac{\gamma}{s} < 0$$

Si à la suite d'une hausse du taux d'intérêt, qui entraîne une baisse du revenu, la propension à épargner des ménages s'accroît, cela aura un effet supplémentaire à la baisse sur le revenu. Globalement le revenu baissera donc d'avantage que si la hausse du taux d'intérêt n'avait pas entraîné une hausse de la propension à épargner.

Pour la représentation graphique voir le graphe 5. dans la réponse à la question 5.2 ci-dessous.

4.2.3. sur l'équation (4) du système (II)

Lignes 8 à 11 : Étant donné que le revenu diminue plus que l'investissement en valeur absolue, il est exact que la consommation diminuera quand le taux de l'intérêt s'élèvera. Mais ceci ne veut pas dire que la marge correspondant à l'épargne s'en trouvera augmentée. Au contraire, l'épargne et la consommation diminueront *simultanément*.

Dans la mesure où la consommation dépend du revenu, comme cela est reflété dans l'équation (4), une hausse du taux d'intérêt qui génère une baisse de l'investissement et donc une baisse du revenu entraîne une baisse de la consommation. On se déplace sur la fonction de consommation.

$$(4) C = cY + C_a \Rightarrow \Delta C = c \Delta Y + \Delta C_a \quad (7)$$

par ailleurs  $Y = \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s}$  à l'équilibre et donc  $\Delta Y = \frac{\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a}{s}$  soit en reportant cette valeur dans l'équation (7) :

$$\Delta C = c \Delta Y + \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta C = c \left( \frac{\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a}{s} \right) + \Delta C_a \Leftrightarrow \Delta C = \frac{c}{s} (\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a) + \Delta C_a$$

et pour  $\Delta C_a = 0$  et  $\Delta I_a = 0$  on trouve  $\Delta C = \frac{c}{s} (-\gamma \Delta r_a) \Leftrightarrow \Delta C = \frac{-\gamma c}{s} \Delta r_a$  soit le

multiplicateur du taux d'intérêt autonome pour la consommation  $\frac{\Delta C}{\Delta r_a} = \frac{-\gamma c}{s}$ .

Une hausse du taux d'intérêt entraîne une baisse de la consommation.

Mais dans la mesure où  $S \equiv Y - C$ , en fait rien ne prouve que l'épargne s'accroisse par ce que la consommation diminue. En effet le revenu diminue également et plus que proportionnellement à la réduction de l'investissement. Et en fait l'épargne diminue. Mais elle diminue toujours proportionnellement à l'investissement.

En effet nous avons  $S \equiv Y - C$  donc  $\Delta S \equiv \Delta Y - \Delta C$

Nous avons en outre calculé si dessus  $\Delta Y = \frac{\Delta C_a + \Delta I_a - \gamma \Delta r_a}{s}$ . À la suite d'une hausse de  $r_a$ , c'est-à-dire  $\Delta r_a > 0$  et *ceteris paribus*, c'est-à-dire pour  $\Delta C_a = 0$  et  $\Delta I_a = 0$  nous aurons :

$$\Delta Y = \frac{-\gamma}{s} \Delta r_a \text{ et de ce fait } \Delta S \equiv \Delta Y - \Delta C \Leftrightarrow \Delta S = \frac{-\gamma}{s} \Delta r_a - \frac{-\gamma c}{s} \Delta r_a$$

$$\Leftrightarrow \Delta S = \frac{-\gamma + \gamma c}{s} \Delta r_a \Leftrightarrow \Delta S = \frac{-\gamma(1-c)}{s} \Delta r_a \Leftrightarrow \Delta S = \frac{-\gamma s}{s} \Delta r_a = \Leftrightarrow \Delta S = -\gamma \Delta r_a$$

CQFD

#### 4.2.4. sur le revenu global de cette économie.

**Lignes 16 à 23 :** La hausse du taux de l'intérêt pourrait nous inciter à épargner plus *si* nos revenus restaient inchangés. Mais si cette hausse contrarie l'investissement, nos revenus ne resteront pas et ne peuvent pas rester inchangés. Ils baisseront nécessairement jusqu'à ce que: le déclin de la capacité d'épargner suffise à compenser le stimulant que l'épargne trouve dans la hausse du taux de l'intérêt. Plus nous sommes ascètes, plus résolument nous sommes économes, plus obstinément nous sommes orthodoxes dans la gestion de nos finances personnelles et publiques et plus aussi nos revenus doivent baisser lorsque le taux de l'intérêt s'élève par rapport à l'efficacité marginale du capital.

Le revenu dépendant de la demande globale, et donc de la demande d'investissement et de la demande de consommation, plus nous épargnerons, moins nous consommerons, et plus le revenu diminuera. Si à la suite d'une hausse du taux d'intérêt l'investissement diminue, la demande globale va diminuer et donc le revenu va diminuer, entraînant la consommation à la baisse dans une spirale décroissante en raison de l'effet du multiplicateur, spirale qui nous conduira à un nouveau niveau d'équilibre, inférieur au niveau de départ, entre la production c'est-à-dire l'offre globale d'une part et demande globale de l'autre. Si, en plus, la hausse du taux d'intérêt stimule la volonté d'épargner en accroissant la propension marginale à épargner, cela va déprimer encore davantage la demande globale et cela nous conduira à un point d'équilibre encore plus bas.

Partons de la forme réduite du modèle pour le revenu :

$$Y = \frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s} \quad \text{cette forme réduite c'est une fonction du type } Y = f(s, C_a, I_a, r_a).$$

Calculons la différentielle totale de cette fonction. Elle s'écrira :

$$dY = f'_s \cdot ds + f'_{C_a} \cdot dC_a + f'_{I_a} \cdot dI_a + f'_{r_a} \cdot dr_a \Leftrightarrow dY = \frac{\partial Y}{\partial s} ds + \frac{\partial Y}{\partial C_a} dC_a + \frac{\partial Y}{\partial I_a} dI_a + \frac{\partial Y}{\partial r_a} dr_a$$

$$\Leftrightarrow dY = -\frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s^2} \cdot ds + \frac{1}{s} \cdot dC_a + \frac{1}{s} \cdot dI_a - \frac{\gamma}{s} \cdot dr_a$$

Pour  $dC_a = 0$  et  $dI_a = 0$ , c'est-à-dire *ceteris paribus*, on trouve

$$dY = -\frac{C_a + I_a - \gamma r_a}{s^2} \cdot ds - \frac{\gamma}{s} \cdot dr_a.$$

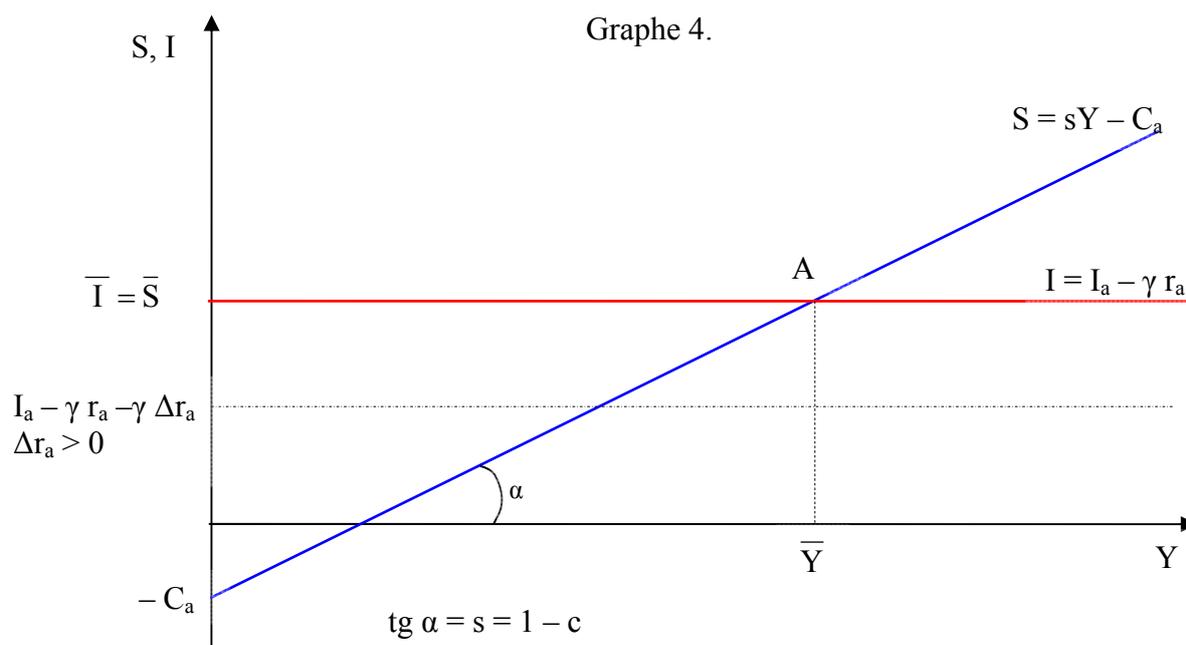
Conclusion : La variation négative du revenu liée à une hausse du taux d'intérêt autonome, est renforcée par une hausse de la propension marginale à épargner.

### Question 5. (5 points)

5.1. Représentez graphiquement le modèle (I)

$$\text{Modèle (I)} \begin{cases} (1) I = I_a - \gamma r_a \\ (2) S = sY - C_a \\ (3) I = S \end{cases}$$

Représentation graphique :



Nous indiquons en ordonnée les valeurs de l'investissement, et celles de l'épargne, et nous indiquons en abscisse les valeurs du revenu.

Fonction d'investissement : Graphiquement nous représentons la fonction d'investissement comme une horizontale, puisque l'investissement est dans ce modèle indépendant du revenu.

L'ordonnée à l'origine de la fonction d'investissement vaut  $I_a - \gamma r_a$ .

Lorsque le taux d'intérêt exogène augmente l'ordonnée à l'origine diminue et la fonction d'investissement se déplace vers le bas parallèlement à elle-même.

Et inversement lorsque le taux d'intérêt exogène diminue l'ordonnée à l'origine augmente et la fonction d'investissement se déplace vers le haut parallèlement à elle-même.

Fonction d'épargne : Graphiquement cette fonction d'épargne se caractérise par son ordonnée à l'origine et par sa pente.

Cette ordonnée à l'origine, qui est négative, correspond à la partie de l'épargne ne dépendant pas du revenu, l'épargne autonome  $S_a$ . L'épargne autonome est en fait égale à l'opposé de la consommation autonome  $S_a = -C_a$ .

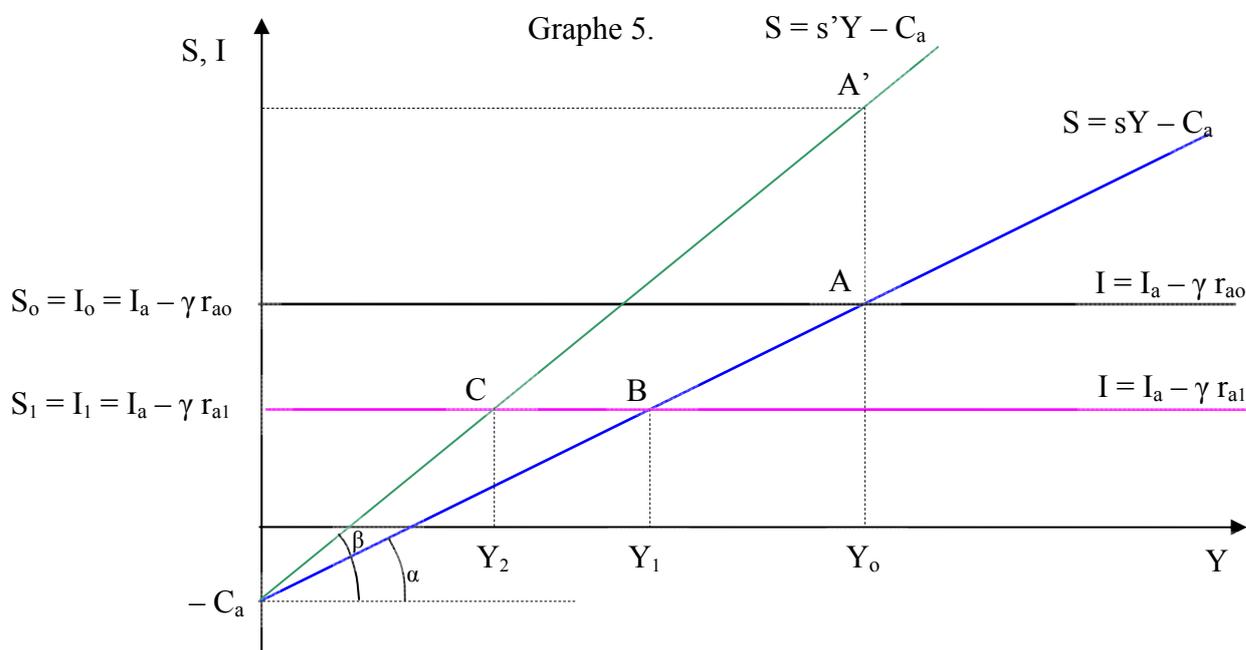
Plus l'épargne autonome est faible, c'est à dire plus la consommation autonome est élevée plus la fonction d'épargne se déplace vers le bas parallèlement à elle-même.

La pente, la tangente de l'angle  $\alpha$ , c'est la propension à épargner ( $s$ ) qui est égale à 1 moins la propension à consommer ( $1 - c$ ):

$$\text{tg } \alpha = s = 1 - c.$$

Plus la propension à épargner est forte plus la fonction d'épargne est pentue, pivotant vers en haut à gauche autour de l'ordonnée à l'origine, c'est à dire la valeur de l'épargne autonome.

5.2. Commentez, illustrez et expliquez le texte de Keynes de la question 4 à l'aide de ce schéma.



La hausse du taux d'intérêt, qui passe de  $r_{a0}$  à  $r_{a1}$ , avec  $r_{a1} > r_{a0}$ , entraîne une réduction de l'ordonnée à l'origine qui passe de  $I_a - \gamma r_{a0}$  à  $I_a - \gamma r_{a1}$ , avec  $I_a - \gamma r_{a1} < I_a - \gamma r_{a0}$ .

L'équilibre  $S_0 = I_0$  qui se faisait pour un niveau de revenu  $Y_0$  va se faire maintenant pour un niveau plus bas de revenu  $Y_1$  tel que  $S_1 = I_1$ . On assiste à la fois à une baisse du revenu et à une baisse de l'épargne. C'est le passage du point A au point B sur la droite de la fonction d'épargne.

Supposons que la hausse du taux d'intérêt ait un effet à la baisse sur la propension marginale à consommer,  $c$ , donc un effet à la hausse sur la propension à épargner  $s$ . Graphiquement la fonction d'épargne sera plus pentue et formera un angle  $\beta$  avec l'horizontale, l'axe des abscisses par exemple, supérieur à l'angle précédent :  $\beta > \alpha$ ,  $s' = \text{tg } \beta > s = \text{tg } \alpha$ . L'équation de cette droite d'épargne sera  $S = s'Y - C_a$ .

On atteint un nouveau point d'équilibre, le point C sur la nouvelle droite d'investissement ( $I = I_a - \gamma r_{a1}$ ) et la nouvelle droite d'épargne ( $S = s'Y - C_a$ ), ce passage du point B au point C se traduisant par une nouvelle baisse du revenu qui passe à  $Y_2 < Y_1 < Y_0$  et donc de l'emploi et de la consommation. Par contre la hausse de la propension à épargner qui entraîne une réduction de la consommation assure le maintien de l'épargne au niveau de l'investissement  $I_1$  de l'investissement  $S_1 = I_1$ . Ce sont donc ici les consommateurs qui sont les seuls à faire les frais de cette hausse de l'épargne et principalement les salariés puisque la baisse du revenu d'équilibre entraîne une baisse de l'emploi.

Il en irait différemment si l'investissement était en partie lié au niveau du revenu, par exemple si la fonction d'investissement était de la forme  $I = I_a - \gamma r_{a0} + j Y$ . Car dans ce cas là, la fonction d'investissement aurait une pente positive et une réduction du revenu lié à une hausse de la propension à épargner entrainerait une réduction de l'investissement lui-même et donc une réduction de l'épargne. Comme le montre le graphe 5. ci-dessous. C'est alors que le paradoxe de l'épargne est le plus flagrant. Une hausse de la propension à épargner entraîne une baisse du volume de l'épargne.

Le point A' dans le graphe 4 et dans le graphe 5. montre quant à lui le niveau d'épargne que permettrait d'atteindre la nouvelle fonction d'épargne à la suite de la hausse de la propension à consommer générée par la hausse du taux d'intérêt, si cette hausse du taux d'intérêt n'entraînait pas une baisse de l'investissement et donc du revenu et donc de l'épargne et de la consommation. C'est ce que dit Keynes dans cet extrait de la théorie générale lignes 16 à 20 :

La hausse du taux de l'intérêt pourrait nous inciter à épargner plus *si* nos revenus restaient inchangés. Mais si cette hausse contrarie l'investissement, nos revenus ne resteront pas et ne peuvent pas rester inchangés. Ils baisseront nécessairement jusqu'à ce que: le déclin de la capacité d'épargner suffise à compenser le stimulant que l'épargne trouve dans la hausse du taux de l'intérêt.

Graphe 6.

