FSEG STRASBOURG
Faculté des sciences économiques et de gestion

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

L1 ECONOMIE-GESTION
STATISTIQUES et PROBABILITES II

Durée de l'épreuve : 2 heures **Année 2012/2013**
Aucun autre document n'est autorisé
Calculatrice autorisée

SUJET DE LA SESSION DE JUIN

Il vous est demandé d'apporter un soin particulier à la présentation de votre copie.
Tout résultat devra être justifié par des calculs.

Exercice I (4 points)
Une urne contient 4 boules de quatre couleurs différentes: *Blanche*, *Orange*, *Verte* et *Rouge*.
1) On tire 3 boules l'une après l'autre, sans le remettre dans l'urne.
(i) Quel est le nombre de tirages possibles ?
(ii) Quel est le nombre de tirages possibles où la boule *Verte* n'est pas apparue ?
2) On tire simultanément 3 boules, sans les remettre dans l'urne.
(i) Quel est le nombre de tirages possibles ?
(ii) Quel est le nombre de tirages possibles ayant au moins deux couleurs parmi ces trois couleurs: *Blanche*, *Verte* et *Rouge* ?

Exercice II (4 points)
Un étudiant passe deux examens, supposés indépendants. On note X et Y ses notes au premier et au deuxième examen, respectivement. Les notes dans chaque examen peuvent prendre les valeurs équiprobables 0, 5, 10, 15, 20.
1. Déterminer la loi conjointe de (X,Y). On appelle W cette variable aléatoire. Calculer l'espérance et la variance de W.
2. Calculer la probabilité que la note dans chaque examen soit plus grande que 10.
3. Calculer la probabilité que la note dans un examen soit plus grande que dans l'autre.
4. Déterminer l'espérance et la variance de la variable aléatoire $Z = aW + b$, où a et b sont deux constantes.

Exercice III (4 points)
Un ordinateur est en train de transférer 10^5 bits binaires à un Smartphone. La probabilité d'erreur dans la transmission de chaque bit est égale à 10^{-3}, indépendamment des autres transmissions.
1) Calculer la probabilité que 100 bits soient incorrects.
2) Calculer la probabilité que moins de 100 bits soient incorrects.
3) Peut-on faire une approximation des deux probabilités précédentes avec une autre loi pour que leur calcul soit (en général) moins difficile? Quelles probabilités approximatives obtiendrait-on avec cette loi de probabilité comme réponse aux points 1 et 2 précédents?

Exercice IV (4 points)
Une usine fabrique des vis dont 3% ont des défauts.
1) On prélève 1000 vis au hasard.
(i) Quelle est la probabilité d'avoir plus de 50 vis défectueuses?
(ii) Quelle est la probabilité d'avoir entre 20 et 40 vis défectueuses?
2) On veut 1950 vis sans défaut. Par prudence, on en prélève 2000 au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir suffisamment de vis en bon état?
3) Est-ce que les problèmes aux points précédents peuvent être analysés uniquement avec une loi discrète ou ils peuvent être également résolus par une loi continue? Justifiez votre réponse et indiquez la(les) loi(s) concernée(s).

Exercice V (4 points)
Une société a conclu un contrat de vente de pots de confiture de 500g chacun. La quantité de confiture X mise dans chaque pot est prédéterminée mécaniquement : elle est distribuée selon une loi normale avec une moyenne égale à m et un écart type égal à 25g.
1) Quelle est la valeur minimale de m avec laquelle il faut calibrer la machine pour qu'au maximum 2% des boîtes contiennent moins de 500g de confiture?
2) Les pots sont en métal, leur poids quand ils sont vides (Y) suivant une distribution normale avec une moyenne égale à 90g et un écart type égal à 64g. On suppose Y indépendant de X. Si un inspecteur pèse les pots remplis de confiture et élimine ceux dont le poids est inférieur à 590g, quel est le pourcentage de pots qui seront rejeté par l'inspecteur?

Récapitulatif des lois continues

Nom	Notation	Support	Loi/Densité	Espérance	Variance
Uniforme	$\mathcal{U}(a,b)$	$X(\Omega)=[a,b]$	$f_X(x)=\frac{1}{b-a}$ si $x\in[a,b]$	$E(X)=\frac{a+b}{2}$	$\mathrm{Var}(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$
Exponentielle	$\mathcal{E}(\lambda)$	$X(\Omega)=[0,+\infty[$	$f_X(x)=\lambda e^{-\lambda x}$ si $x\geq 0$	$E(X)=\frac{1}{\lambda}$	$\mathrm{Var}(X)=\frac{1}{\lambda^2}$
Normale	$\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	$X(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_X(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$E(X)=\mu$	$\mathrm{Var}(X)=\sigma^2$
Normale standard (Z)	$\mathcal{N}(0,1)$	$Z(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_Z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z^2/2}$	$E(Z)=0$	$\mathrm{Var}(Z)=1$
Khi-deux (K^2)	$\chi^2(n)$	$K^2(\Omega)=[0,+\infty[$	$K^2=\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$ où $Z_i\hookrightarrow\mathcal{N}(0,1)$ ind.	$E(K^2)=n$	$\mathrm{Var}(K^2)=2n$
Student (T)	$St(n)$	$T(\Omega)=\mathbb{R}$	$T=\frac{Z}{\sqrt{K^2/n}}$ où $\begin{cases}Z\hookrightarrow\mathcal{N}(0,1)\\K^2\hookrightarrow\chi^2(n)\end{cases}$	$E(T)=0$	$\mathrm{Var}(T)=\frac{n}{n-2}$
Fisher (F)	$F(n_1,n_2)$	$F(\Omega)=[0,+\infty[$	$F=\frac{K_1^2/n_1}{K_2^2/n_2}$ où $\begin{cases}K_1^2\hookrightarrow\chi^2(n_1)\\K_2^2\hookrightarrow\chi^2(n_2)\end{cases}$	$E(F)=\frac{n_2}{n_2-2}$	$\mathrm{Var}(F)=\frac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$

$a,b\in\mathbb{R}$ $\quad a<b$ $\quad \lambda>0$ $\quad \mu\in\mathbb{R}$ $\quad \sigma>0$ $\quad n,n_1,n_2\in\mathbb{N}^*$

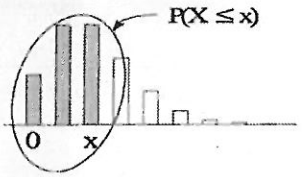
Fonction de répartition de la loi de normale $\mathcal{N}(0,1)$

Exemple : $P\left(\mathcal{N}(0,1)\leq 1{,}33\right)=0{,}908\,2.$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6
3,0	0,998 7	0,998 7	0,998 7	0,998 8	0,998 8	0,998 9	0,998 9	0,998 9	0,999 0	0,999 0
3,1	0,999 0	0,999 1	0,999 1	0,999 1	0,999 2	0,999 2	0,999 2	0,999 2	0,999 3	0,999 3
3,2	0,999 3	0,999 3	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 5	0,999 5	0,999 5
3,3	0,999 5	0,999 5	0,999 5	0,999 6	0,999 6	0,999 6	0,999 6	0,999 6	0,999 6	0,999 7
3,4	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 8

Table de la variable aléatoire de Poisson

Fournit la probabilité $P(X \leq x)$
pour $X \sim Po(\lambda)$



λ	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
x											
0	0,9512	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0,6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0,3679
1	0,9988	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0,9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0,7358
2	1,0000	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0,9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0,9197
3		1,0000	0.9999	0.9997	0.9992	0,9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0,9810
4			1,0000	1,0000	0.9999	0,9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0,9963
5					1,0000	1,0000	1,0000	0.9999	0.9998	0.9997	0,9994
6								1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
7											1,0000

λ	1,20	1,40	1,60	1,80	2	3	4	5	6	8	10
x											
0	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653	0,1353	0,0498	0,0183	0,0068	0,0025	0,0003	0,0000
1	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628	0,4060	0,1992	0,0916	0,0404	0,0174	0,0030	0,0005
2	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,0620	0,0138	0,0028
3	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913	0,8571	0,6472	0,4335	0,2650	0,1512	0,0424	0,0103
4	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,2851	0,0996	0,0293
5	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160	0,4457	0,1912	0,0671
6	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063	0,3134	0,1301
7	1,0000	0.9999	0.9997	0.9994	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,7440	0,4530	0,2202
8	1,0000	1,0000	1,0000	0.9999	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8472	0,5925	0,3328
9				1,0000	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161	0,7166	0,4579
10						0,9997	0,9972	0,9863	0,9574	0,8159	0,5830
11						0,9999	0,9991	0,9945	0,9799	0,8881	0,6968
12						1,0000	0,9997	0,9980	0,9912	0,9362	0,7916
13							0,9999	0,9993	0,9964	0,9658	0,8645
14							1,0000	0,9998	0,9986	0,9827	0,9165
15								0,9999	0,9995	0,9918	0,9513
16								1,0000	0,9998	0,9963	0,9730
17									0,9999	0,9984	0,9857
18									1,0000	0,9993	0,9928
19										0,9997	0,9965
20										0,9999	0,9984
21										1,0000	0,9993
22											0,9997
23											0,9999
24											1,0000