

Licence première année. Analyse S2

Les documents, les téléphones portables et calculatrices ne sont pas autorisés.

Durée : 2h. Responsable : A. Saïdi

Exercice 1 (4 points):

Calculer le développement limité au voisinage de 0 et à l'ordre trois des fonctions :

$$f(x) = e^{\sqrt{1+2\cos(x)}},$$

et

$$g(x) = \sqrt[3]{1 + \ln(1+x)}$$

Exercice 2 (4 points):

En utilisant le développement limité au voisinage de 0, de la fonction f , donnée par :

$$f(x) = \frac{e^{\sqrt{4+x}} + e^{\sqrt{4-x}} - 2e^2}{\tan^2(x)}.$$

Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. On précisera en justifiant, l'ordre du développement limité.

Exercice 3 (4 points):

Calculer l'intégrale :

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 - x + 1} dx$$

Exercice 4 (4 points):

On note $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ et $a \in \mathbb{R}^*$ un réel. Calculer, à l'aide de changements de variables convenables, les primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{\cosh(ax)}$$

et

$$g(x) = \tan(x) + \frac{1}{\tan(x)}$$

Exercice 5 (4 points):

Résoudre l'équation différentielle :

$$(1 + x^2) y' + x y = 2x \sqrt{1 + x^2} \quad (E).$$

On précisera en justifiant le domaine de définition des solutions.