

UE Probabilités et Statistique

Examen : Probabilités et Statistique III – Session 1 – Mai 2013

Durée de l'épreuve : 2h00.

Enseignant : M. EL OUARDIGHI

Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques (7 pages).

Les calculatrices autorisées sont celles retenues par le conseil de la Faculté.

Barème indicatif : I. 1+3+3=7 points. II. 2+2+2=6 points. III. 1+4+2=7 points.

Temps moyen indicatif : I. 35 à 40mn. II. 25 à 30mn. III. 35 à 45mn.

Sujet

- I. Une agence d'étude de marché souhaite évaluer le potentiel de demande d'un produit de consommation, *avant* et *après* une nouvelle publicité concernant le produit. Le potentiel de demande est évalué sur une échelle de 0 à 9, les valeurs les plus élevées indiquent un fort potentiel d'achat. Le Tableau 1 présente l'évaluation du potentiel de demande par huit individus. On peut aisément déduire à partir du tableau que la moyenne des différences entre les évaluations avant et après la publicité est de l'ordre de -0.625 avec un écart-type (corrigé) est égal à 1.3025. Nous cherchons donc à savoir si la publicité relative au produit en question est efficace.

Tableau 1. Evaluation du potentiel de demande

Individu	1	2	3	4	5	6	7	8
Avant la publicité (x_{AV})	6	6	7	4	3	9	7	6
Après la publicité (x_{AP})	5	4	7	3	5	8	5	6

- I.1. Définir les hypothèses nulle et alternative (i.e. H_0 et H_1).
- I.2. Préciser la variable de décision, son espérance et sa variance. Pour un seuil d'erreur $\alpha = 5\%$, définir l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse nulle. Peut-on conclure que la publicité est efficace ?
- I.3. Afin de valider ou invalider la conclusion du test précédent, l'agence considère un échantillon plus large composé de 80 individus. Les résultats indiquent que $\bar{x}_{AV} = 6.1$ avec une variance corrigée de l'ordre de 4.547, et $\bar{x}_{AP} = 5.975$ avec une variance corrigée de l'ordre de 1.847. Par ailleurs, la corrélation obtenue entre les deux séries des évaluations x_{AV} et x_{AP} est de l'ordre de 0.7259. Pour un seuil d'erreur $\alpha = 5\%$, définir l'intervalle d'acceptation de l'hypothèse nulle. Peut-on valider ou invalider la conclusion sur le test effectué à partir de 8 individus (voir I.2) ?

- II. Le gérant d'un magasin de voisinage est souvent sollicité par sa clientèle pour du matériel de bricolage et se demande s'il doit ouvrir ou non un tel rayon. Il considère que cela n'est rentable que si plus de 40% de sa clientèle actuelle est intéressée.

- II.1.** Parmi les 150 clients interrogés, 63 ont répondu être intéressés par l'ouverture de ce nouveau service. Que peut-on conclure pour un seuil d'erreur $\alpha = 5\%$? En particulier, définir les hypothèses nulle et alternative (i.e. H_0 et H_1), définir la variable de décision et ses paramètres, déterminer l'intervalle d'acceptation (ou l'intervalle critique) unilatéral et conclure.
- II.2.** Calculer le risque du 2^{ème} espèce et la puissance du test pour respectivement des proportions de l'ordre de 45% et 56%. Donner une interprétation à la puissance du test dans les deux cas.
- II.3.** Quelle est la probabilité qu'il ouvre à tort ce rayon de bricolage? *Indication* : calculer la *p-value* et interpréter votre résultat.
- III.** Une société d'assurance cherche à savoir si le nombre d'accidents domestiques dans les familles de deux enfants ou plus peut être modélisé par une loi théorique. Elle considère un échantillon de 239 familles assurées. Le Tableau 2 présente la distribution observée.

Tableau 2. Nombre d'accidents domestiques dans les familles de deux enfants et plus

Nombre d'accidents	0	1	2	3	4	≥ 5
Nombre de familles	39	60	77	29	19	15

Notes : soit X la variable aléatoire 'nombre d'accidents dans les familles de deux enfants et plus'. Les données du tableau indiquent que $\bar{x} = 1.891$ et $s^2 = 1.896$.

- III.1.** Quel modèle proposez-vous pour ajuster ces données? Justifier votre choix. Ecrire ensuite l'hypothèse nulle du modèle statistique et préciser la variable de décision.
- III.2.** Déterminer les effectifs théoriques et évaluer l'écart entre les distributions théorique et observée.
- III.3.** Pour un seuil $\alpha = 5\%$, peut-on accepter l'hypothèse selon laquelle la variable aléatoire 'nombre d'accidents dans les familles de deux enfants et plus' suit la loi théorique définie sous l'hypothèse nulle?