

Année universitaire 2013/2014

LICENCE 1ère année Économie-Gestion et Mathématiques-Économie

Semestre 1 – Session 2 / Contrôle terminal / Juin 2014

Probabilités-statistique I (Giuseppe Attanasi et Luc Naegele)

Durée : 1 heure 30

Tous documents interdits

Calculatrice autorisée

Barème de notation :

Exercice 1 : Questionnaire à choix multiples (5 points)

Pour chaque question :

Si la (les) réponse(s) est (sont) exacte(s)	+ 1 point
Si au moins une réponse est fausse	- 1 point
En cas de non réponse	0 point

Exercice 2 : Vrai ou faux ? (6 points)

Pour chaque proposition : 1 point.

Exercice 3 : Le revenu nécessaire pour vivre (9 points + 3 points bonus)

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Barème	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	2	(+1)	(+1)	1	1	1	(+1)

Les questions 9, 10 et 14 sont des questions subsidiaires : vous n'êtes pas obligés d'y répondre mais elles peuvent chacune rapporter un point supplémentaire.

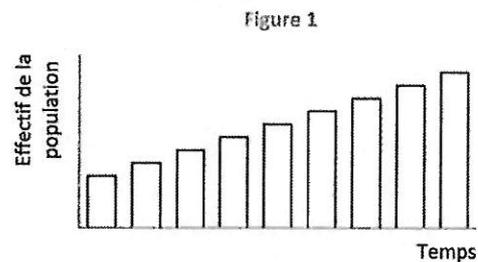
## Exercice 1 : Questionnaire à choix multiples

Indiquez la (ou les) bonne(s) réponse(s) sur votre copie. Aucune justification n'est demandée.

1. « Nous pouvons donc tenir pour certain que, lorsque la population n'est arrêtée par aucun obstacle, elle va doubler tous les vingt-cinq ans [...] » (T. R. Malthus, 1798, *Essai sur le principe de population*). Quel serait alors le taux de croissance annuel moyen de la population s'il n'y a aucun « obstacle » pour freiner sa progression ?
- a) Environ 2 %
  - b) Environ 2,7 %
  - c) Environ 2,8 %
  - d) Environ 3 %
  - e) 4 %
  - f) Aucune réponse correcte

2. La figure 1 représente l'évolution d'une population de période en période. Nous pouvons dire que le taux de croissance de cette population dans le temps...

- a) ... est constant
- b) ... est de plus en plus élevé
- c) ... est de plus en plus faible
- d) ... est stable
- e) ... est relativement faible
- f) ... est relativement élevé
- g) Aucune réponse correcte



3. Soit une variable  $X$  qui prend  $n$  valeurs. On connaît la somme des carrés des valeurs de  $X$  et la valeur moyenne de  $X$ , respectivement :

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 5000$$

$$\bar{X} = 6$$

- 3.1. Si on considère que  $n = 100$ , alors que vaut la variance de  $X$  ?

- a)  $\sigma_X^2 = 1$
- b)  $\sigma_X^2 \approx 3,74$
- c)  $\sigma_X^2 = 4$
- d)  $\sigma_X^2 = 14$
- e)  $\sigma_X^2 \approx 28,89$
- f) Aucune réponse correcte

- 3.2. Si on considère que l'écart-type de  $X$  est  $\sigma_X \approx 5$ , alors combien vaut  $n$  ?

- a)  $n = 82$
- b)  $n = 100$
- c)  $n = 118$
- d)  $n = 122$
- e)  $n = 180$
- f) Aucune réponse correcte

4. Soit une série statistique. On peut dire que la moitié des valeurs de la série...

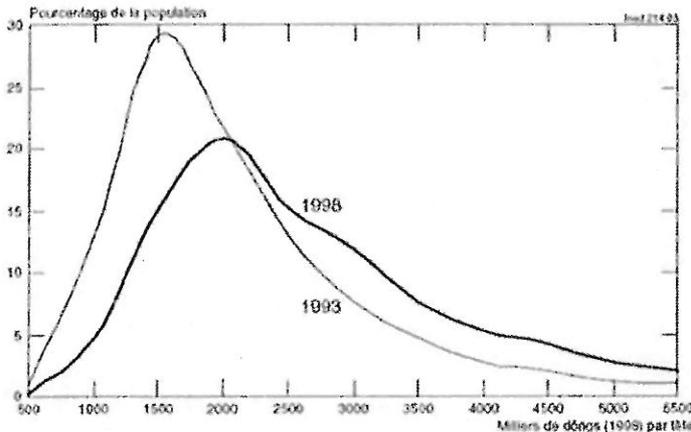
- a) ... sont supérieures ou égales à la médiane
- b) ... sont inférieures ou égales à la médiane
- c) ... sont supérieures ou égales au 5<sup>e</sup> décile
- d) ... sont relativement proches de la moyenne
- e) ... sont comprises entre le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>e</sup> quartiles
- f) ... sont des valeurs extrêmes
- g) Aucune réponse correcte

## Exercice 2 : Vrai ou faux ?

Pour chaque proposition, indiquez « vrai » ou « faux » sur votre copie et expliquez votre choix. Attention : une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Si les salaires de l'ensemble des catégories socioprofessionnelles salariées augmentent tous de 10 % durant une période, alors le salaire moyen augmente aussi de 10 %.

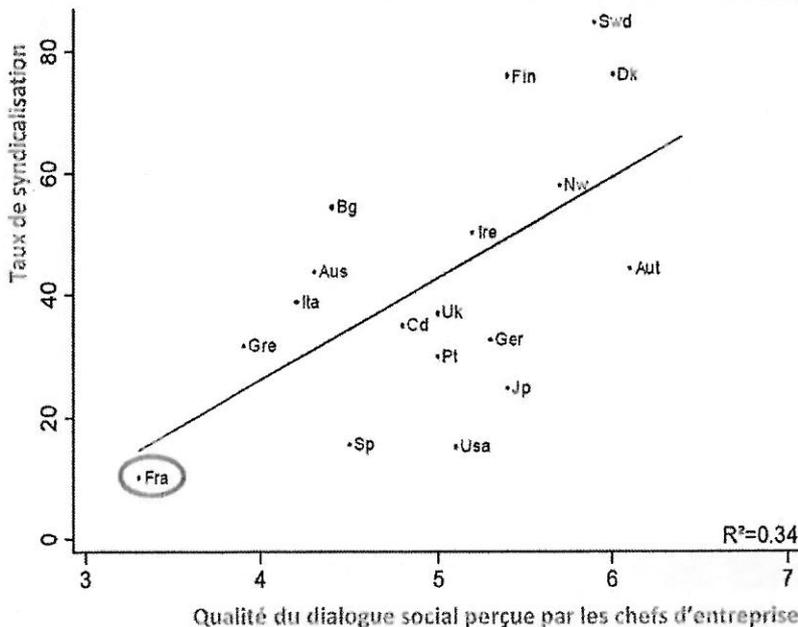
Figure 2 : Distribution des dépenses totales des ménages au Vietnam (en milliers de dôngs de 1998 par personne)



Note : Le dông est la monnaie vietnamienne.  
 Source des données : Enquête Niveau de vie au Vietnam.  
 Source du graphique : T. Minh Nguyen et B. M. Popkin, 2003, « Évolution des revenus et du système de santé au Vietnam : réduction de la pauvreté et augmentation des inégalités de prise en charge », *Population*, volume 58

2. D'après la figure 2, la dépense moyenne des ménages vietnamiens a diminué entre 1993 et 1998.
3. La figure 2 montre qu'en 1993 et en 1998 la dépense moyenne est plus élevée que la dépense médiane.

Figure 3 : Corrélation entre le taux de syndicalisation et la qualité du dialogue social perçue par les chefs d'entreprise dans quelques pays de l'OCDE en 1999



Notes : Le taux de syndicalisation est la proportion des salariés qui adhèrent à un syndicat (en %). La mesure de la qualité du dialogue social provient d'une enquête auprès de chefs d'entreprise. A la question : « Pensez-vous que les relations entre salariés et employeurs sont généralement coopératives ? », ils répondent par une note de 1 (pas du tout d'accord) à 7 (tout à fait d'accord). Les données présentées sont des moyennes par pays.

Source des données : OIT, OCDE, base de données *Global Competitiveness Report* 1999.

Source du graphique : P. Aghion, Y. Algan, P. Cahuc, 2008, « Can Policy Interact with Culture ? Minimum Wage and the Quality of Labor Relations », IZA discussion paper, n° 3680.

4. D'après la figure 3, le taux de syndicalisation en France (donnée entourée) est relativement faible.
5. Figure 3 : Si la variable expliquée est le taux de syndicalisation, alors dans le cas de la France le résidu de la régression est négatif, c'est-à-dire que le modèle surestime le taux de syndicalisation en France.
6. La covariance entre les deux variables de la figure 3 est positive et l'ajustement linéaire est presque parfait.

### Exercice 3 : Le revenu nécessaire pour vivre

Chaque année, la Direction de la recherche, des études, de l'évaluation et des statistiques (Drees) du Ministère des affaires sociales et de la santé publie les résultats d'une enquête intitulée Baromètre d'opinions de la Drees. On pose notamment la question suivante aux individus interrogés : « Selon vous pour vivre, quel est le montant dont doit disposer AU MINIMUM un individu par mois ? » Le tableau 1 fournit des données concernant les réponses des individus à cette question.

Tableau 1 : Répartition des individus interrogés en fonction du montant déclaré nécessaire pour vivre (pour une personne, en euros par mois)

Année	Moins de 750 €	De 750 à moins de 900 €	De 900 à moins de 1100 €	De 1100 à moins de 1300 €	Plus de 1300 €	Ensemble
2000	19,4	23,5	21,4	25,5	10,2	100
2010	3,0	5,1	18,2	22,2	51,5	100

Source : BVA, Drees

Notre premier objectif est de calculer quelques indicateurs afin de résumer les données pour l'année 2000. **Nous posons les hypothèses suivantes** : le plus faible des montants donnés par les individus interrogés lors de l'enquête est zéro euro tandis que le plus élevé des montants donnés est 2050 €.

1. Calculez que la moyenne de cette série.
2. Interprétez cette moyenne.
3. Calculez le coefficient de variation du montant déclaré nécessaire pour vivre.
4. Interprétez le coefficient de variation.
5. Donnez la classe médiane. Montrez que la valeur médiane peut être approximée à 970.
6. Interprétez la valeur médiane.

Il s'agit dans un second temps de représenter graphiquement la distribution de la variable considérée en 2000, en conservant les hypothèses posées ci-dessus sur les valeurs extrêmes de cette distribution.

7. Calculez les fréquences corrigées. Pourquoi faut-il corriger les fréquences des différents intervalles de valeurs pour tracer l'histogramme ?
8. Tracez l'histogramme. Utilisez le papier millimétré fourni en annexe, à détacher pour le joindre à votre copie.
9. *Question subsidiaire* : D'après votre graphique, quelle est la classe modale ? Expliquez.
10. *Question subsidiaire* : Si on considère que la distribution de la variable en 2000 est normale au sens statistique du terme, alors d'après la « règle empirique » quelle devrait être la proportion d'individus donnant un montant supérieur à 2070 € ? Supérieur à 1700 € ?

Enfin, nous nous intéressons aux données pour 2010 et à la comparaison entre 2000 et 2010.

11. Comparez la moyenne de la série en 2000 et en 2010. On conserve les mêmes hypothèses sur les valeurs extrêmes.
12. En 2010, le coefficient de variation s'élève à 103,9 %. En quoi ce résultat rend-il difficile l'interprétation de la valeur moyenne de 2010 ?
13. Quelle serait le montant moyen en 2010 si on considère que le montant le plus élevé déclaré par les enquêtés est de 3 000 € ? En quoi l'hypothèse sur la valeur de la borne supérieure de la classe est-elle plus importante pour l'année 2010 que pour l'année 2000 ?
14. *Question subsidiaire* : A votre avis, est-ce une bonne idée de conserver le même découpage en intervalles de valeurs de 2000 à 2010 ? Expliquez.

**Annexe : papier millimétré**

Si vous traitez la question 8 de l'exercice 3, joignez cette feuille à votre copie.

Amphithéâtre n° ..... et place n° .....

