Année universitaire 2013/2014

LICENCE 1ère année Economie – Gestion

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle terminal / Mai 2014

Mathématiques 2 (B. Godbillon)

Durée : 2 heures

Tous documents interdits

Calculatrice interdite

Exercice 1 : (3 points)

Soient deux éléments de R^3 : $M = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1) Calculer $2.M.(M - 4.N)$.
2) Quelle est la nature de l'angle formé par les vecteurs M et N ?
3) Quelle est la distance euclidienne entre les points M et N dans R^3 ?
4) Donner les coordonnées d'un vecteur orthogonal au vecteur M .
5) Soit le point $A = (1,1,1)$, donner l'équation du plan passant par A et de vecteur normal M .
6) A quel type de plan (horizontal, vertical, oblique) correspond le plan d'équation : $x_1 - x_2 = 2$

Exercice 2 : (3 points)

Soit la fonction $f(x_1, x_2) = e^{x_1/x_2}$.

1) Montrer que la fonction f est une fonction homogène et préciser son degré.
2) Calculer les élasticités de la fonction f par rapport à x_1 et par rapport à x_2 .
3) Quelle est en $X = (10,10)$, l'influence sur f d'une augmentation de x_1 de 10% ?
4) Quelle est en $X = (10,10)$, l'influence sur f d'une augmentation de x_2 de 10% ?

Exercice 3 : (4 points)

Soit la fonction $f(x_1,x_2)=2x_1^2-x_2x_1+x_2^2-x_1$.

1) Donner l'expression générale des courbes de niveau de la fonction f.
2) De quel niveau q est la courbe qui passe par le point $B=(1,1)$?
3) Calculer le Gradient et la Matrice Hessienne de cette fonction f.
4) Déterminer l'équation de la droite tangente à la courbe de niveau passant par le point $B=(1,1)$ qui serait tangente à cette courbe en ce même point $B=(1,1)$.
5) Vérifier que le vecteur gradient de la fonction f en $B=(1,1)$ est orthogonal à cette droite tangente.
6) Déterminer les extrema libres de cette fonction f.

Exercice 4 : (5 points)

Déterminer les extrema libres de la fonction f définie par:

$$f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{1+x_1^2+x_2^2}$$

Exercice 5 : (5 points)

1) Rappeler le Théorème de Weierstrass-Valeurs Extrêmes dans le cas des fonctions à plusieurs variables.
2) Utiliser ce théorème pour déterminer les extrema globaux de la fonction $f(x_1,x_2)=x_1x_2+5$ sous la contrainte $x_1^2+x_2^2\leq 4$.
(Pour la recherche des candidats sur les bords de l'ensemble d'étude, on utilisera le Lagrangien)