FSEG STRASBOURG
Faculté des sciences économiques et de gestion

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

L1 ECONOMIE-GESTION
STATISTIQUES et PROBABILITES II

Durée de l'épreuve : 2 heures **Année 2013/2014**
Aucun autre document n'est autorisé.
Calculatrice autorisée

SUJET DE LA SESSION DE MAI

Il vous est demandé d'apporter un soin particulier à la présentation de votre copie.   ***Toute information calculée devra être justifiée.***

Exercice 1. (11 points)

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Une entreprise fabrique, en grande quantité, des pièces métalliques rectangulaires dont les cotés sont exprimés en millimètres.

Un contrôle de qualité consiste à vérifier que la longueur et la largeur des pièces sont conformes à la norme en vigueur.

Dans ce qui suit, tous les résultats approchés seront arrondis à 10^{-3}.

– Partie A –

On note E l'événement : < Une pièce prélevée au hasard dans le stock de l'entreprise est conforme >. On suppose que la probabilité de l'événement E est 0,9.

On prélève au hasard 10 pièces dans le stock. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 pièces.

On considère la variable aléatoire X qui, `a tout prélèvement de 10 pièces, associe le nombre de pièces conformes parmi ces 10 pièces.

1. Justifier la loi suivie par la variable aléatoire X *et* déterminer ses paramètres.

2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 2 pièces soient conformes.

2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, 2 pièces au moins soient conformes.

– Partie B –

Une partie des pièces de la production de l'entreprise est fabriquée par une machine automatique notée < machine 1 >.

Soient M et N les variables aléatoires qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans un lot très important fabriqué par la machine 1, associent respectivement sa longueur et sa largeur.

On suppose que M suit la loi normale de moyenne $m1 = 250$ et d'écart type $\sigma_1 = 1{,}94$.

On suppose que N suit la loi normale de moyenne $m2 = 150$ et d'écart type $\sigma_2 = 1{,}52$.

1. Calculer la probabilité pour que la longueur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 246 et 254.

2. Calculer la probabilité pour que la largeur d'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit comprise entre 147 et 153.

3. Une pièce est conforme si sa longueur est comprise entre 246 et 254 et si sa largeur est comprise entre 147 et 153.

On admet que les variables M et N sont indépendantes.

Montrer que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans ce lot soit conforme est 0,914.

– Partie C –

Une autre machine automatique de l'entreprise, notée < machine 2 > fabrique également ces mêmes pièces en grande quantité.

On suppose que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée de la machine 1 soit conforme est $p_1 = 0,914$ et que la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée de la machine 2 est $p_2 = 0; 879$.

La machine 1 fournit 60% de la production totale des ces pièces et la machine 2 le reste de cette production.

On prélève au hasard une pièce parmi la production totale de l'entreprise de la journée. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être tirées.

On définit les événements suivants :

A : < la pièce provient de la machine 1 > ;

B : < la pièce provient de la machine 2 > ;

C : < la pièce est conforme >.

1. Déterminer les probabilités $p(A)$, $p(B)$, $p(C / A)$, $p(C / B)$.

(On rappelle que $p(C / A)$ est la probabilité de l'événement C sachant que l'événement A est réalisé.)

2. En déduire $p(A / C)$ et $p(B / C)$.
3. En admettant que $C = [(A \cap C) \cup (B \cap C)]$, calculer $p(C)$.

Exercice 2. (4 points)

La société ALSAPLUS commercialise un produits industriel. La quantité Q de ce produit vendue annuellement suit une loi normale d'espérance mathématique 4 000 unités. Il y a une chance sur trois pour que la quantité Q varie de plus ou moins 800 unités autour de l'espérance mathématique.

Le prix de vente net de charges variables est de 750€ par article et les charges annuelles sont de

2 100 000€.

1. Déterminer l'écart type de cette loi normale.
2. Déterminer la loi de probabilité suivie par le résultat annuel ainsi que ses paramètres.
3. Calculer la probabilité que le résultat n'atteigne pas 3 100 000€.
4. Calculer la probabilité que la quantité Q vendue n'atteigne pas 2 800 unités.

Exercice 3. (5 points)

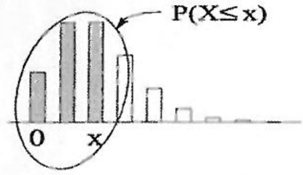
Un centre d'appel reçoit toutes les 8 secondes un appel à partir de 9 heures. Un appel arrive au centre avec un nombre aléatoire de minutes X où X est telle que :

$$P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & si\ x < 0 \\ \frac{x}{8} & si\ 0 \leq x \leq 8 \\ 1 & si\ x > 8 \end{cases}$$

1. Quelle est la fonction de densité f (x) ?
2. Tracez les graphes de la fonction de répartition F(x) et de la fonction de densité f(x).
3. Quelle loi reconnaissez-vous ? Calculez E(X) et V (X).
4. Calculez la probabilité que le centre attende un appel entre une et quatre minutes ? Entre trois et six minutes ?

Table de la variable aléatoire de Poisson

Fournit la probabilité $P(X \leq x)$
pour $X \sim Po(\lambda)$



λ	0,05	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
x											
0	0,9512	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0,6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0,3679
1	0,9988	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0,9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0,7358
2	1,0000	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0,9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0,9197
3		1,0000	0.9999	0.9997	0.9992	0,9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0,9810
4			1,0000	1,0000	0.9999	0,9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0,9963
5					1,0000	1,0000	1,0000	0.9999	0.9998	0.9997	0,9994
6								1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
7											1,0000

λ	1,20	1,40	1,60	1,80	2	3	4	5	6	8	10
x											
0	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653	0,1353	0,0498	0,0183	0,0068	0,0025	0,0003	0,0000
1	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628	0,4060	0,1992	0,0916	0,0404	0,0174	0,0030	0,0005
2	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,0620	0,0138	0,0028
3	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913	0,8571	0,6472	0,4335	0,2650	0,1512	0,0424	0,0103
4	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,2851	0,0996	0,0293
5	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896	0,9834	0,9161	0,7851	0,6160	0,4457	0,1912	0,0671
6	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063	0,3134	0,1301
7	1,0000	0.9999	0.9997	0.9994	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,7440	0,4530	0,2202
8	1,0000	1,0000	1,0000	0.9999	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8472	0,5925	0,3328
9				1,0000	1,0000	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161	0,7166	0,4579
10						0,9997	0,9972	0,9863	0,9574	0,8159	0,5830
11						0,9999	0,9991	0,9945	0,9799	0,8881	0,6968
12						1,0000	0,9997	0,9980	0,9912	0,9362	0,7916
13							0,9999	0,9993	0,9964	0,9658	0,8645
14							1,0000	0,9998	0,9986	0,9827	0,9165
15								0,9999	0,9995	0,9918	0,9513
16								1,0000	0,9998	0,9963	0,9730
17									0,9999	0,9984	0,9857
18									1,0000	0,9993	0,9928
19										0,9997	0,9965
20										0,9999	0,9984
21										1,0000	0,9993
22											0,9997
23											0,9999
24											1,0000

Fonction de répartition de la loi de normale $\mathcal{N}(0,1)$

Exemple : $P(\mathcal{N}(0,1) \leq 1{,}33) = 0{,}908\,2$.

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
P	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999841	0,999 928	0,999 968	0,999 997