

Mathématiques III
Contrôle Continu – Novembre 2013

Durée : 1h

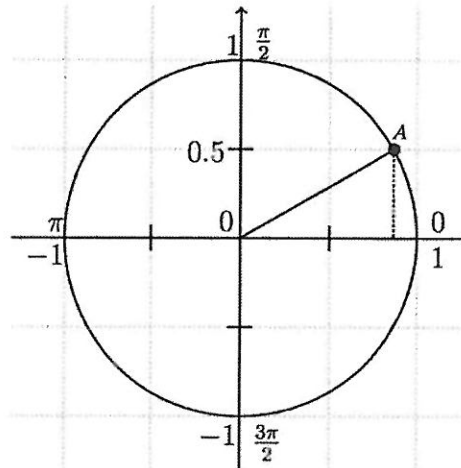
Calculatrices interdites – Aucun document autorisé.

Le barème est indicatif.

L'énoncé est à rendre avec votre feuille de réponse.

Exercice 1 (8.5 points) – Des petites questions indépendantes.

- (1) La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \rightarrow |x|$ est-elle injective ?
- (2) Soit le cercle trigonométrique ci-dessous.



- (a) Calculer $\cos(A)$
- (b) Donner la valeur de $\sin(\pi)$ et de $\cos(\frac{3\pi}{2})$
- (3) Donner la réciproque, notée $h^{-1}(x)$, de $h(x) = \exp(2\sqrt{x} - 8)$.
- (4) Soit l'intégrale $I_n \in [4; (n+2)^2]$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Trouver $\lim_{n \rightarrow 0} I_n$. Justifier.
- (5) Soit $C(x) = 2x^2 - 4x + 10$, la fonction de coût total d'une entreprise associée à la production de x unité(s).
 - (a) Quelle est la quantité x qui optimise le coût de production de cette entreprise ?

- (b) Ce coût de production est-il minimal quand $C''(x) < 0$? Justifier.
- (6) Soit $C(t)$, le coût journalier du chauffage de votre appartement, mesuré en euros par jour, où $t = 0$ correspond au 1/11/2012. Que signifient les expressions suivantes :

(a) $\int_0^{30} C(t)dt.$

(b) $\frac{\int_0^{30} C(t)dt}{30}.$

Exercice 2 (8.5 points) – Calculer les intégrales suivantes.

(1) $\frac{d}{dx} \int_0^y e^x dx$

(2) $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2+3} (t^2 + 2)^3 dt$

(3) $\int_0^1 \frac{x}{2x^2 + 4} dx$

(4) $\int_0^{\ln(e)} 3e^{2x} dx$

(5) $\int_0^1 e^x(x+2)dx$ (Indication : Intégrer par partie)

(6) $\int_4^1 \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ (Indication : Intégrer par changement de variable)

Exercice 3 (4 points) – On considère Supersmartees, une entreprise qui produit de manière continue depuis 2010 ($t = 0$) des smartees avec un taux de croissance instantané constant égal à 0.1. Sa production est représentée par la fonction $\phi(t)$ sur les graphiques ci-dessous. La production initiale de Supersmartees est de 2 (en milliers de smartees).

- Que représentent $\phi(0)$ et $\phi(9)$? Calculer leurs valeurs.
- Représenter sur le premier graphique le nombre de Smartees que l'entreprise Supersmartees produira entre 2014 et 2018.
- On suppose maintenant que l'entreprise Supersmartees vend chaque Smartee deux ans exactement après sa date de production. Représenter sur le deuxième graphique le nombre de Smartees en stock dans l'entreprise en 2020.

