

UE Techniques quantitatives

Contrôle continu de 'Probabilités et statistique III' – Novembre 2013

Durée de l'épreuve : 1h00.

Enseignants : Cours : J. EL OUARDIGHI, TD : H.A. NAFI AMIR ; B. OUVARD ; B. RODRIGUES

Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques.

Les calculatrices autorisées sont celles retenues par le conseil de la Faculté.

Barème indicatif : I. 8p. II. 8p. III. 4p. Temps moyen indicatif : I. 20mn. II. 20mn. III. 15mn.

Sujet

I. Considérons un jeu de hasard qui consiste à lancer 2 pièces de monnaie équilibrées. Pour une mise m ($m > 0$), un joueur gagne 4 euros si les deux pièces montent face et 2 euros si les deux pièces montrent pile. Si par contre les deux pièces indiquent deux résultats différents, le joueur perd sa mise. Soit la variable aléatoire G 'gain du joueur'.

I.1. Donner l'univers des images possibles $G(\Omega)$ et la loi de probabilité de G .

I.2. Calculer $E(G)$ et $V(G)$. Dans quelle condition le jeu peut être qualifiée comme équitable ?

I.3. Le joueur est déclaré gagnant si $G > 3$. (i) Déterminer la probabilité qu'un joueur gagne ? (ii) Un joueur lance 4 fois les deux pièces, quelle est la probabilité qu'il gagne exactement 4 fois ?

I.4. Un joueur joue 50 parties consécutives indépendantes. Quel est le nombre moyen de parties gagnantes ? Quelle est leur variance ?

II. Une usine fabrique des ampoules qui risquent d'avoir deux défauts D_1 et D_2 . Les tests effectués par les responsables de la production ont montré, sur un échantillon large, que (i) 5% des pièces présentent le défaut D_1 , et que parmi ces pièces défectueuses, 20% présentent également le défaut D_2 . (ii) 8% des pièces présentent le défaut D_2 parmi les pièces ne présentant pas le défaut D_1 .

II.1. Calculer la probabilité qu'une pièce prise au hasard présente les deux défauts.

II.2. Calculer la probabilité qu'une pièce prise au hasard présente le défaut D_2 . Les deux événements D_1 et D_2 sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

II.3. Calculer la probabilité qu'une pièce prise au hasard ne présente aucun des deux défauts.

II.4. Au cours de la fabrication d'un lot, on prélève n pièces au hasard, $n \geq 2$. Déterminer la probabilité que $n-1$ pièces de l'échantillon soient bonnes. Application : donner cette probabilité pour $n = 2$ et pour $n = 10$.

III. Soit Y une variable aléatoire admettant une densité de probabilité $g(y) = a(3-y)$ si $0 \leq y \leq 3$ et $g(y) = 0$ sinon.

III.1. Calculer la constante a pour que $g(y)$ soit bien une densité de probabilité.

III.2. Déterminer si possible l'espérance mathématique $E(Y)$ et la variance $V(Y)$.