

Année universitaire 2013/2014
Licence 2^{ème} année Economie - Gestion
Semestre 4 - Session 1 / Contrôle continu / Mars 2014

Mathématiques IV (Mme Menard, M. Mercier, Mr Olland)

Tous documents interdit

Toute calculatrice interdite

Exercice 1 – (6 points) – Calculer les déterminants des matrices suivantes:

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4a & 5 \\ 5 & 6a & 7 \end{pmatrix} \quad (3) C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad (4) D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 10 & 7 & 8 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$(5) E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 8 \end{pmatrix} \quad (6) F = \begin{pmatrix} 1 & \beta & 1 \\ 1 & 1 & \beta \\ \beta & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (7) G = \begin{pmatrix} 3 & 3\beta & 6 \\ 1 & 1 & 2\beta \\ \beta & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (8) H = 4^t B A^{-1}$$

Attention, utiliser les résultats des matrices A et B pour calculer le déterminant de la matrice H .

Exercice 2 – (4 points) – Calculer, si possible, l'inverse des matrices suivantes:

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 – (6 points) – On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = a \\ -x + y + 2z = b \\ 2x + y - 3z = c \end{cases}$$

(1) Donner la matrice associée à ce système.

(2) Calculer son déterminant.

(3) Résoudre le système.

Exercice 4 – (5 points)

(1) Montrer que l'ensemble des matrices triangulaires supérieures $TS_{(n,n)}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_{(n,n)}$ des matrices carrées d'ordre n .

(2) Soit $E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 7y = z\}$, un ensemble non vide. Montrer que E_1 est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

(3) Soient $A = \{(x, 0, z), x \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$ et $B = \{(x, y, 0), x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ deux sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^3 . Montrer que $A \cup B$ n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .