

UE Techniques quantitatives

Contrôle continu de 'Probabilités et statistique IV' – Mars 2014

Durée de l'épreuve : 1h00.

Enseignants : Cours : J. EL OUARDIGHI, TD : F. MERCIER; H.A. NAFI AMIR ; B. OUVRARD ; B. RODRIGUES

Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques.

Les calculatrices autorisées sont celles retenues par le conseil de la Faculté.

Barème indicatif : I. 2+2+3+2+3=12p. II. 4p. III. 3+1=4p. *Temps moyen indicatif* : I. 30mn. II. 10mn. III. 15mn.

Sujet

Note : nous vous conseillons de répondre clairement et d'une manière concise aux questions. Ceci vous évitera les développements inutiles et une perte considérable du temps. Bon courage.

I. Lors d'une enquête sur la durée de sommeil des enfants de 2 à 3 ans dans une région française, un organisme sanitaire a observé une moyenne du temps de sommeil par nuit de 10.5 heures dans un groupe de 45 enfants. La moyenne du temps de sommeil est de 11.5 heures chez les enfants de cet âge, avec un écart-type de 2.2 heures. On cherche à savoir si la durée de sommeil des enfants de ce département diffère du temps de sommeil des enfants de cet âge, pour un risque $\alpha = 5\%$.

I.1. Préciser la nature du test à mener : bilatéral ou unilatéral. Présenter clairement les hypothèses nulle et alternative du test.

I.2. Déterminer la région d'acceptation et conclure.

I.3. Définir le risque du deuxième espèce, noté $\beta(\mu)$. Calculer $\beta(10.5)$.

I.4. Définir la puissance du test, notée $\eta(\mu)$. Calculer $\eta(10.5)$. Donner une interprétation à votre résultat.

I.5. Définir la *p-value* (la probabilité critique) et calculer sa valeur. Interpréter votre résultat.

II. Le fabricant d'une certaine marque de cartouches d'encre pour imprimante affirme que chaque cartouche permet d'imprimer au minimum soixante pages. Le nombre de pages imprimées par cartouche d'encre est distribué normalement. Une association de consommateurs essaye un lot de vingt-six cartouches, et obtient les résultats suivants : en moyenne, 57 pages sont imprimées correctement avec un écart-type empirique estimé de $s = 0.92$ pages. Peut-on affirmer, au risque de première espèce de 5%, que le fabricant fait de la publicité mensongère ?

III. On dispose d'un échantillon (X_1, \dots, X_n) , $n = 15$, d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale pour choisir entre les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 1 \\ H_1 : \sigma^2 = 0.5 \end{cases}$$

III.1. Pour un risque $\alpha = 5\%$, définir l'intervalle de rejet de l'hypothèse nulle H_0 en supposant que la moyenne est connue.

III.2. Préciser les modifications à apporter au test dans le cas où la moyenne est inconnue.