

Microéconomie III

Contrôle Continu – mars 2014

Durée : 1 heure – Le barème est indicatif.

Aucun document autorisé. Calculatrice non programmable autorisée.

Exercice 1 (10 points)

Une économie comprend $j = 1, \dots, J$ consommateurs caractérisés par les fonctions d'utilité du type

$$u_j(x_{1j}, x_{2j}) = x_{1j}^2 x_{2j} + 3, 1416$$

où x_{ij} dénote les quantités du bien i consommé par l'agent j . Le prix d'une unité de chaque bien est respectivement p_1 et p_2 . Les dotations initiales des tous les consommateurs sont identiques et données par

$$(\omega_{1j}; \omega_{2j}) = (2; 6).$$

1. (1 point) Quelle est la valeur de la dotation initiale? Donner la contrainte budgétaire de l'agent j .
2. (2 points) Calculer pour l'agent j , les fonctions de demande pour les deux biens.
3. (1 point) Déterminer les fonctions de demande excédentaire
4. (1 point) Déterminer les fonctions de demande excédentaire agrégée
5. (2 points) Quelles sont les propriétés de la fonction de demande excédentaire agrégée?
6. (3 points) Montrer que ces propriétés sont satisfaites par les fonctions de demande excédentaire agrégée obtenues en 4).

Solution 1.

1. La valeur de la dotation initiale est:

$$p_1 \omega_{1j} + p_2 \omega_{2j} = 2p_1 + 6p_2.$$

La contrainte budgétaire de l'agent j est

$$p_1 x_{1j} + p_2 x_{2j} \leq 2p_1 + 6p_2.$$

2. Les fonctions de demande:

$$\begin{aligned} \frac{2x_{1j}x_{2j}}{x_{1j}^2} &= \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_{1j} + p_2 x_{2j} &= 2p_1 + 6p_2 \\ 2p_2 x_{2j} &= p_1 x_{1j} \\ p_1 x_{1j} + p_2 x_{2j} &= 2p_1 + 6p_2 \end{aligned}$$

D'où

$$\begin{aligned}x_{1j}^*(p) &= \frac{4}{3} + 4\frac{p_2}{p_1} \\x_{2j}^*(p) &= 2 + \frac{2p_1}{3p_2}.\end{aligned}$$

3. La fonction de demande excédentaire

$$\begin{aligned}z_{1j}^*(p) &= \frac{4}{3} + 4\frac{p_2}{p_1} - 2 = -\frac{2}{3} + 4\frac{p_2}{p_1} \\z_{2j}^*(p) &= 2 + \frac{2p_1}{3p_2} - 6 = -4 + \frac{2p_1}{3p_2}.\end{aligned}$$

4. La fonction de demande excédentaire agrégée:

$$\begin{aligned}Z_1^*(p) &= -\frac{2}{3}J + 4\frac{p_2}{p_1}J \\Z_2^*(p) &= -4J + \frac{2p_1}{3p_2}J.\end{aligned}$$

5. Propriétés de la fonction de demande excédentaire agrégée:

Les fonctions de demandes excédentaires agrégées sont continues, homogènes de degré zéro en prix, satisfont la loi de Walras

$$\sum_{j=1}^2 p_j Z_j(p) = 0,$$

ainsi que l'inégalité:

$$Z_j(p) > -\omega_j, \quad \forall p > 0.$$

6. Ici, les fonctions de demandes excédentaires agrégées sont continues. Par ailleurs, la loi de Walras est satisfaite:

$$p_1 Z_1^*(p) + p_2 Z_2^*(p) = -\frac{2p_1}{3}J + 4p_2J - 4p_2J + \frac{2}{3}p_1J = 0.$$

Les fonctions sont également hd0 en p :

$$\begin{aligned}Z_1^*(\kappa p) &= -\frac{2}{3}J + 4\frac{\kappa p_2}{\kappa p_1}J = Z_1^*(p) \\Z_2^*(\kappa p) &= -4J + \frac{2}{3}\frac{\kappa p_1}{\kappa p_2}J = Z_2^*(p).\end{aligned}$$

Enfin,

$$\begin{aligned}Z_1^*(p) &= -\frac{2}{3}J + 4\frac{p_2}{p_1}J > -\frac{2}{3}J > -2J = \omega_{1j}J \\Z_2^*(p) &= -4J + \frac{2p_1}{3p_2}J > -4J > -6J = \omega_{2j}J.\end{aligned}$$

Exercice 2 (12 points)

Une étude auprès des jeunes de moins de 25 ans a montré qu'ils seraient intéressés par l'achat d'une formule (téléphone + tablette tactile). On estime que leur fonction de demande est

$$D(p) = 420 - 20p,$$

où p est le prix et $D(p)$ la quantité demandée. Dans un premier temps 120 vendeurs

ouvrent des sites de ventes de ces formules. Le coût de production est:

$$C(y) = y^2 + y + 1$$

pour chacun des vendeurs. Chaque vendeur cherche à maximiser son profit.

1. (1 point) Après avoir décrit le programme de chaque vendeur, calculer la fonction d'offre individuelle y_i^* .
2. (3 points) Calculer l'offre globale et caractériser l'équilibre du marché (prix, quantités, profit individuel et global, surplus des consommateurs).
3. (3 points) A l'aide du seuil de rentabilité, expliquer l'évolution attendue de la situation au vu des résultats de la question précédente et en déduire le nombre N de vendeurs présents sur le marché à long terme.
4. (2 points) Déterminer l'équilibre concurrentiel de long terme (prix, quantités, profit individuel et global, surplus des consommateurs).
5. (2 points) Afin d'aider ses partenaires vendeurs, le fournisseur impose le prix $p = 3,5$ et impose des quotas de vente aux 360 vendeurs tenant des sites, de manière à ce que l'offre soit égale à la demande. Calculer les quantités échangées à ce prix, le profit global et le surplus des consommateurs.
6. (1 point) Comparer cette situation à l'équilibre concurrentiel.

Exercice:

(1)

La fonction de demande $D(p) = 420 - 20p$

La fonction de coût: $C(y) = y^2 + y + 1$

1°) $p = C_m$ avec $C_m = \frac{\partial C(y)}{\partial y} = 2y + 1$

$$p = 2y + 1 \Rightarrow \boxed{y_i^* = \frac{p-1}{2}}$$

2°) L'offre globale $Y(p) = \sum_{i=1}^{120} y_i^*$

$$Y(p) = 120 \times \frac{p-1}{2} = \boxed{60p - 60}$$

A l'équilibre $D(p) = Y(p)$

$$420 - 20p = 60p - 60$$

$$\boxed{p^* = 6}$$

$$Y(p^*) = 60 \times 6 - 60 = 300 \Rightarrow \text{la production individuelle } y_i^* = \frac{Y(p^*)}{N}$$

Avec N le nombre de vendeurs $y_i^* = \frac{300}{120} = \boxed{2,5}$

Profit individuel $\pi_i = p^* \cdot y_i^* - C(y_i^*)$

$$= 6 \times 2,5 - [2,5^2 + 2,5 + 1]$$

$$\boxed{\pi_i = 5,25}$$

$$\pi_{\text{total}} = 120 \times 5,25 = \boxed{630}$$

Le surplus des consommateurs $S_c = (42 - 6) \frac{300}{2}$

$$\boxed{S_c = 5400}$$

3) Calcul du seuil de rentabilité (y^R)

(2)

$$\begin{cases} p = C_m = \text{Min CM} \\ CM = y + \frac{1}{y} + 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial CM}{\partial y} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{y^2} = 0$$

$$\boxed{y^R = 1} \Rightarrow CM(y^R) = 1 + 1 + 1 = \boxed{3}$$

Le nombre de vendeurs présents (N)

$$N = \frac{D(p)}{y^R} = \frac{420 - 2 \times 3}{1} = \boxed{360}$$

4) A long terme d'autres vendeurs entrent sur le marché car $\pi > 0$ jusqu'à ce que $\pi = 0$

$$\text{Avec } N = 360 \Rightarrow Y = N \times y_i^* = 360 \times \frac{p-1}{2}$$

$$\boxed{Y(p) = 180p - 180}$$

A l'équilibre $D = Y$

$$420 - 20p = 180p - 180$$

$$\boxed{p^* = 3}$$

$$Y(p) = D(p^*) = 420 - 20 \times 3 = \boxed{360}$$

$$\pi_i = 3 \times 1 - 1^2 - 1 - 1 = \boxed{0}$$

$$\pi_{\text{total}} = 0 \times 360 = \boxed{0}$$

Le surplus des consommateurs à long terme (S_c)

$$S_c = (42 - 3) \frac{360}{2} = \boxed{7020}$$

5) Avec $p = 3,5$ et pratique de quotas

(3)

$$D(p) = 420 - 20 \times 3,5 = 350$$

$$D(p) = Y(p) = 350$$

$$\text{avec } y_i^* = \frac{Y}{N}$$

$$y_i^* = \frac{350}{360} = 0,972$$

$$\begin{aligned}\pi_i &= p \times y_i^* - C(y_i^*) \\ &= 3,5 \times 0,972 - [(0,972)^2 + 0,972 + 1]\end{aligned}$$

$$\boxed{\pi_i = 0,486}$$

$$\pi_{\text{total}} = 0,486 \times 360 = \boxed{174,96}$$

Le surplus des consommateurs (S_C):

$$S_C = (42 - 3,5) \frac{350}{2} = \boxed{6737,5} < S_{C(L.T.)}$$

6°) L'intervention du fournisseur a entraîné une baisse du surplus des consommations.

L'augmentation des prix a conduit à la chute de la demande donc baisse des profits.