

Année universitaire 2014/2015

LICENCE 1^{ère} année Economie – Gestion

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle continu / Mars 2015

Mathématiques II (M. BRECKLE, M. MULLER, M. RATHANA, M. SIMARD-CASANOVA)

Durée : 1h30

Tous documents interdits.

Calculatrice interdite.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (6 points)

Soient les vecteurs **DISTINCTS** $\vec{A} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ et $\vec{B} \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ a \end{pmatrix}$ où $a \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Les questions 1, 2 et 3 sont **INDEPENDANTES**.

- 1) Quelle est la nature de l'angle formé par $\vec{A}$ et $\vec{B}$?
Quand les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont-ils orthogonaux ?
- 2) Déterminer une équation du plan $\mathcal{P}$ orthogonal à $\vec{A}$ et passant par le milieu I de $[AB]$ et $C = \left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, 0 \right)$
- 3) Déterminer les valeurs de a pour que les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ soient de même longueur.
Calculer alors les longueurs de $\vec{A}$ et $\vec{B}$ puis de $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 2 (4 points)

Pour la fonction h définie par $h(x, y) = \ln \left(\frac{y^3}{x^3} \right)$

- 1) Déterminer et représenter graphiquement son ensemble de définition
- 2) Donner l'expression générale de ses courbes de niveaux et décrire celles de niveaux -1, 0, et +1.
- 3) Représenter la courbe de niveau 0.

Exercice 3 (4 points)

- 1) Soit la fonction $f(x, y) = \left[ax^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + by^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$. Démontrez que son degré d'homogénéité est de 1.
- 2) Soit la fonction $g(x, y) = cx^\alpha y^\beta$. Quelle condition faut-il sur α, β et c pour que son degré d'homogénéité soit de 1 ? Vous démontrerez cette condition.

Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction $f(x, y) = x^\alpha e^{-\alpha y}$

- 1) Déterminer $\nabla f(x, y)$, le vecteur gradient de la fonction f .
- 2) Déterminez les élasticités de $f(x, y)$ par rapport à x et par rapport à y .
- 3) Déterminez la matrice hessienne $Hf(x, y)$.