

Année universitaire 2014/2015

LICENCE 1^{ère} année Economie – Gestion et Double-Licence Mathématiques – Economie

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle continu / Mars 2015

Probabilités et Statistiques II (G. Attanasi et M. Lefebvre)

Durée : 1h30

Tous documents interdits

Calculatrice autorisée

Question 1 (5 points)

Huit personnes se présentent à la médecine du travail pour passer la visite annuelle. Deux médecins les reçoivent. Le premier verra 5 personnes, le second 3 personnes.

1. De combien de façons différentes les huit personnes peuvent-elles être réparties entre chaque médecin ?
2. De combien de façons peut-on constituer le groupe de 5 si l'on impose que Luc fasse partie du groupe ?
3. De combien de façons peut-on constituer le groupe de 5 si l'on impose que Luc ne fasse pas partie du groupe ?
4. Il y a 4 personnes myopes. De combien de façons différentes peut-on réaliser cette répartition, sachant que chaque médecin verra 2 personnes myopes ?
5. De plus, on veut que Julien qui est myope et Sandrine, qui n'est pas myope, soient examinés par le même médecin. Combien de répartitions sont possibles ?

Question 2 (5 points)

Pour chacune des expressions suivantes, dites si elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse:

1. $P(A \cup B) > 1$
2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Considérons maintenant que les événements A et B ne sont pas incompatibles et que $P(A) = 0.6$ et $P(B) = 0.8$. Pour chacune des expressions suivantes, dites si elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse:

3. $P(A \cap B) \geq 0,4$
4. $P(A \cup B) < 0,3$
5. $P(\overline{A \cap B}) > 0,6$

Question 3 (4 points)

Un fabricant produit des films de protection d'écran pour téléphones portables. Il retient trois longueurs pour la taille des téléphones (et donc pour les films) : petite, moyenne et grande. Une étude de marché indique au fabricant que les écrans de petite taille équipent 30% des téléphones et les écrans de taille moyenne équipent 20% des téléphones. Cette étude lui indique aussi que 30% des possesseurs de téléphones de petite taille ont une protection d'écran. C'est aussi le cas de 25% des possesseurs de téléphones de taille moyenne et de 40% des possesseurs de téléphones de grande taille.

1. Quelle est la probabilité qu'une personne possède un téléphone de petite taille *et* que ce téléphone aie une protection.
2. Quelle est la probabilité qu'un possesseur de téléphone possède une protection d'écran.
3. On considère un possesseur de protection d'écran. Calculer la probabilité qu'il possède un téléphone avec un écran de grande taille.
4. On considère maintenant une personne possédant une protection d'écran et dont le téléphone n'a pas un écran de taille moyenne. Calculer la probabilité qu'elle possède un téléphone avec un écran de grande taille.

Question 4 (6 points)

Le nombre de vélos vendus en une semaine dans un magasin est une variable aléatoire X dont la loi est donnée dans le tableau ci-dessous :

X	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,2	?	0,3	0,1

1. Calculez $P(X=1)$ puis l'espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$.
2. Soit X_1 et X_2 les variables aléatoires: nombre de vélos vendus dans les semaines consécutives 1 et 2 respectivement. On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes. Construisez la loi de probabilité du couple $(X_1; X_2)$.
3. On désigne par Y la variable aléatoire "nombre total de vélos vendus en 2 semaines consécutives dans ce magasin". Donnez la loi de probabilité de la variable aléatoire Y , puis calculez l'espérance $E(Y)$ et la variance $V(Y)$.
4. Soit Z une variable aléatoire définie à partir de la même expérience : $Z = -2X + 4$. Déterminez l'espérance $E(Z)$ et la variance $V(Z)$.
5. Le gérant du magasin ne sait pas combien de vendeurs recruter. Soit W la variable aléatoire représentant le nombre de vendeurs dans ce magasin. La loi de probabilité du couple $(X; W)$ est indiquée dans le tableau ci-dessous :

Réalizations de W	Réalizations de X			
	0	1	2	3
1	0,05	0,10	0,25	0,10
2	0,15	0,20	0,05	0,10

- 5-a. Déterminez les lois marginales de X et W .
- 5-b. Indiquez si ces variables aléatoires sont indépendantes et calculez la covariance $\text{Cov}(X; W)$.