

Année universitaire 2014/2015

LICENCE 1ère année Economie – Gestion

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle terminal / Mai 2015

Mathématiques 2 (B.Godbillon)

Durée : 2h00

Tous documents interdits

Calculatrice interdite

**Exercice 1 : (3 points)**

- 1) Dans  $\mathbb{R}^3$ , établir l'équation du plan passant par le point  $A = (-3, 1, 2)$  et de vecteur normal  $M = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .
- 2) A quel type de plan (horizontal, vertical, oblique) correspond ce plan ?  
Justifier votre réponse.

**Exercice 2 : (4 points)**

Soient  $f$ ,  $u$ ,  $v$  trois fonctions de 2 variables.

On pose :  $g(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2); v(x_1, x_2))$ .

- 1) Donner la règle de dérivation en chaîne permettant de calculer  $g'_{x_1}(x_1, x_2)$ ,  
dérivée partielle première par rapport à la première variable  $x_1$  de  $g$ .
- 2) Appliquer cette règle pour calculer  $g'_{x_1}(x_1, x_2)$  lorsque :  
$$f(u, v) = u^2 + v$$
$$u(x_1, x_2) = 2x_1x_2 + 3x_2^2$$
$$v(x_1, x_2) = x_1^3 + \ln x_2^2$$
- 3) Evaluer cette dérivée au point  $A = (2, -1)$

**Exercice 3 : (4 points)**

Soit la fonction  $f(x_1, x_2) = \sqrt{4 - (x_1^2 + (x_2 + 2)^2)}$ .

- 1) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .
- 2) Trouver la valeur ou les valeurs du nombre réel  $a$  tel que la courbe de niveau  $q = 0$  passe par le point  $A = (a, a)$ .
- 3) Calculer le Gradient de cette fonction  $f$  et évaluer le en  $B = (1, -1)$ .
- 4) Soit la courbe de niveau passant par le point  $B = (1, -1)$ , déterminer l'équation de la droite tangente à cette courbe en ce point  $B = (1, -1)$ .

**Exercice 4 : (5 points)**

- 1) Déterminer les extrema libres locaux de la fonction  $f$  définie par:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_2^3 - 4$$

- 2) Après avoir vérifié que les conditions du théorème de Weierstrass-Valeurs extrêmes sont satisfaites, utiliser ce théorème pour déterminer les extrema globaux de la fonction

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_2^3 - 4$$

sous la contrainte  $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$ .

**Exercice 5 : (4 points)**

- 1) Utiliser la méthode du Lagrangien pour trouver les candidats à être extrema locaux de la fonction

$$f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/4}$$

sous la contrainte  $2x_1 + x_2 = 10$ .

- 2) Quelle est la nature (maximum, minimum, ni l'un ni l'autre) des candidats trouvés ?