Année universitaire 2014/2015

LICENCE 2^{ème} année
Economie – Gestion

Semestre 3 – Session 1 / Examens Janvier 2015

Mathématiques 3 (M. Matmour)

Durée : 2h

Tous documents interdits

Calculatrice autorisée

Sujet :

Exercice 1. (6 points)

Une économie est composée de deux secteurs de production A et B. A produit des bananes et B des ananas. On considère la production et les échanges de la journée de lundi. Dans ce système l'unité monétaire utilisée est abstraite et elle est notée UM. La demande extérieure de bananes est de 12 UM et celle d'ananas est de 9 UM. Les consommations du secteur A sont de 4 UM de bananes et de 6 UM d'ananas, celles de B sont de 6 UM de bananes et de 3 UM d'ananas. La demande égale l'offre, le système est équilibré et il n'y a pas de stocks.

1. Présenter dans un tableau (TES) les échanges (du lundi) entre les deux secteurs, la consommation intermédiaire, la demande extérieure et la production totale en UM.
2. Le mardi, cette économie voit la demande extérieure augmenter ainsi : la demande de bananes est de 14 UM et celle d'ananas est de 12 UM. Quelle sera la nouvelle production totale et les nouvelles consommations de A et de B pour que le système reste équilibré ? Présenter votre réponse sous forme de TES.

49

Exercice 2. (4 points)

Un couple achète le lundi 3 kg de pommes, 2 kg de farine et 5 kg de viande pour 44 €. Ce couple achète le mardi 5 kg de pommes, 8 kg de farine et 2 kg de viande pour 36 €. Ce couple achète le mercredi 6 kg de pommes, 6 kg de farine et 4 kg de viande pour 75 €. Les achats se font dans le même magasin avec des prix inchangés. Ce couple se demande quel prix ils devront payer s'ils décident d'acheter 2 kg de pommes, 10 kg de farine et 1kg de viande ?

Présenter le problème sous forme matricielle puis le résoudre jusqu'à déterminer la somme à déboursier pour cet achat.

Exercice 3. (4 points)

On considère les matrices : $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. En remarquant que $A = B + I$, déterminer la matrice B.
2. On se propose de calculer A^{100} en utilisant la formule du binôme de Newton, indiquer les conditions à respecter, puis les vérifier. Indiquer de manière générale A^n .
3. Déterminer A^{100} , à l'aide de cette formule.
4. A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer la véracité de la relation trouvée pour A^n .

Exercice 4. (6 points)

1. Calculer $I = \int_4^5 \frac{-x^2+16x-7}{-x^3+3x^2+x} dx$, en remarquant que $\frac{-x^2+16x-7}{-x^3+3x^2+x} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{3-x}$ et après avoir déterminé a, b et c.

2. Calculer $I = \int_2^4 \frac{x}{(x-1)^3} dx$ avec le changement de variable $t = x - 1$.

3. Calculer $I = \int_1^2 \frac{\ln(x)-1}{x^2} dx$.