

Année universitaire 2014/2015

LICENCE 2^{ème} année
Economie – Gestion

Semestre 3 – Session 2 / Examens juin 2015

Mathématiques 3 (M. Matmour)

Durée : 1h30

Tous documents interdits
Calculatrice autorisée

*Il vous est demandé d'apporter un soin particulier à la présentation de votre copie.
Toute information calculée devra être justifiée.*

Sujet :

Exercice 1. (5 points)

On considère les matrices : $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Etaler une relation entre A^2 , A et I .
- 2) En déduire que A est inversible et calculer A^{-1} .
- 3) Vérifier à l'aide de la méthode de Gauss-Jordan la valeur de A^{-1} trouvée à la question précédente.

Exercice 2. (4 points)

Quatre amis font des courses ensemble dans le même magasin. Le premier débourse 334€ pour l'achat de 2 pulls, 3 chemises et 4 vestes. Le deuxième débourse 388€ pour l'achat de 3 pulls, 5 chemises et 2 vestes. Le troisième débourse 302€ pour l'achat de 4 pulls, 2 chemises et 3 vestes. Les achats se font dans le même magasin avec des prix inchangés pour les trois articles. Le quatrième se demande quel prix il devra payer s'il se décide d'acheter 5 pulls, 4 chemises et 5 vestes?

Présenter le problème sous forme matricielle puis le résoudre jusqu'à déterminer la somme à déboursier pour cet achat.

Exercice 3. (6 points)

1. Calculer $I = \int_4^5 \frac{10x^2+9x-7}{x^3+2x^2-x-2} dx$, en remarquant que $\frac{10x^2+9x-7}{x^3+2x^2-x-2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x+2}$ et après avoir déterminé a , b et c .
2. Calculer $I = \int_1^4 \frac{1}{e^x-1} dx$ avec le changement de variable $t = e^x$.
3. Calculer $I = \int_1^e x \ln(x) dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

Exercice 3. (5 points)

On considère les matrices : $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. En remarquant que $A = B + I$, déterminer la matrice B .
2. On se propose de calculer A^{100} en utilisant la formule du binôme de Newton, indiquer les conditions à respecter, puis les vérifier. Indiquer de manière générale A^n .
3. Déterminer A^{100} , à l'aide de cette formule.
4. A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer la véracité de la relation trouvée pour A^n .