

UE Techniques quantitatives

Examen : Probabilités et statistique IV – Session 2 – Juin 2015

Durée de l'épreuve : 1h30.

Enseignant : M. EL OUARDIGHI

Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques (7 pages).

Calculatrices autorisées.

Barème (temps moyen) indicatif : I. 3+3+3=9pts (40mn). II. 3+3=6pts (25mn). III. 3+2=5pts (20mn).

Sujet

I. Le Tableau 1 présente la quantité moyenne en kilogramme récoltée d'un produit agricole *avant* et *après* l'application d'un engrais sur un échantillon composé de huit parcelles. Nous souhaitons tester, pour un risque $\alpha = 5\%$, l'hypothèse $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ où μ_1 et μ_2 désignent respectivement les quantités produites *avant* et *après* l'application de l'engrais.

Tableau 1. Poids en kilogramme avant et après l'application de l'engrais

Parcelle	1	2	3	4	5	6	7	8
Avant	7	8	9	12	11	15	17	17
Après	10	11	10	12	13	15	14	19

I.1. Préciser la variable de décision, son espérance et sa variance.

I.2. Calculer la moyenne et la variance de la variable de décision.

I.3. Définir l'intervalle d'acceptation unilatéral et conclure.

II. Le Tableau 2 présente la répartition des groupes sanguins de 245 donneurs bénévoles d'un centre de transfusion (effectifs observés) et celle de toute la population (proportion en %). Nous cherchons à savoir si la répartition des groupes sanguins des donneurs du centre de transfusion est similaire à celle de toute la population pour un seuil d'erreur de 5%.

Tableau 2. Répartition des groupes sanguins

Groupe sanguins	O	A	B	AB
Donneurs : effectifs observés	116	103	14	12
Population, en %	42	45	9	4

II.1. Enoncer les hypothèses nulle et alternative du test à considérer. Présenter ensuite le tableau des effectifs observés et théoriques.

II.2. Déterminer la variable de décision et calculer sa réalisation. Que peut-on conclure ?

III. Nous avons extrait quatre échantillons aléatoires simples et de même taille, $n_i = 25$, de quatre populations indépendantes supposées gaussiennes et de même variance. Nous cherchons à tester l'hypothèse selon laquelle les moyennes des populations sont les mêmes. La somme des carrés totale est de l'ordre de 475 et la somme des carrés expliquée est de 20.

III.1. Calculer les variances expliquée, résiduelle et totale. Déduire la statistique observée de Fisher. Que peut-on conclure pour un seuil d'erreur de 5%?

III.2. Calculer le coefficient de corrélation empirique et déduire la valeur de la statistique de décision obtenue en III.1.