

Année universitaire 2015/2016
Licence 2^{ième} année Economie - Gestion
Semestre 4 - Session 1 / Contrôle continu / Mars 2016

Microéconomie III (Mme Pham, M. Koebel, M. Olland)

Documents interdits. *Le soin et la présentation des résultats seront pris en compte dans la notation.*

Durée: 1 heure et 30 minutes – Le barème est indicatif.

Exercice 1 (2 points). Deux consommateurs ayant des fonctions d'utilité différentes peuvent-ils avoir les mêmes fonctions de demande pour un bien? Justifier.

Exercice 2 (3 points). Considérons une fonction de coût de production donnée par

$$C(y) = Ay^\alpha$$

qui dépend de la quantité d'output y . Les paramètres A et α sont positifs. Expliquer le concept de rendements d'échelle et discuter du type de rendements d'échelle en fonction de la valeur du paramètre α .

Exercice 3 (4 points).

Soit un consommateur dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = (1 + x_1)e^{x_2} + 6$$

Ce consommateur possède un revenu R et les prix des biens 1 et 2 sont respectivement p_1 et p_2 .

1. (1 point) Calculer l'équation d'une courbe d'indifférence et représenter graphiquement l'allure des courbes d'indifférence de ce consommateur. Qu'en déduisez-vous par rapport aux solutions du problème de décision du consommateur?
2. (2 points) En supposant que la solution est intérieure, trouvez les quantités optimales consommées.

3. (1 point) Déterminer les conditions pour lesquelles le consommateur ne demande aucune unité de bien x_2 .

Exercice 4. (11 points).

Partie I : Consommateurs

On considère un marché sur lequel 200 individus consomment des biens x_1 et x_2 et dont les préférences sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$u(x_1, x_2) = x_1^{4/5} x_2^{1/5}$$

Ils disposent chacun d'un budget de 10 unités monétaires et on considère que le prix du bien 2 est fixé: $p_2 = 1$.

1. (1.5 points) Déterminer la demande individuelle de bien 1 (on utilisera la méthode de Lagrange).
2. (0.5 point) Déterminer la demande agrégée.

Partie II : Producteurs laitiers (d'un canton)

Le bien 1 (du lait) est produit par 80 entreprises dont la technologie est résumée par la fonction de coût:

$$C(y) = y^2 + 4,$$

où y dénote la quantité produite.

1. (1.5 points) Déterminer l'offre individuelle des entreprises.
2. (0.5 point) Calculer l'offre agrégée des entreprises.

Partie III : Equilibre

1. (0.5 point) Dans un même graphique, représenter graphiquement l'offre agrégée ainsi que la demande agrégée.
2. (1 point) Déterminer le prix et les quantités agrégées d'équilibre, de court terme, sur un marché fonctionnant en concurrence parfaite.
3. (1 point) Déterminer les quantités produites par chaque entreprise ainsi que leur profit de court terme.
4. (1.5 points) Quelles sont les conditions d'équilibre d'un marché à long terme?
5. (1 point) Déterminer les prix et quantités d'équilibre de long terme.
6. (2 points) Application à un thème d'actualité. Du fait de plusieurs chocs sur la demande (embargo russe), le prix du lait (à la production) a atteint en 2016 un niveau historiquement bas. En considérant que ce marché va tendre vers un équilibre de long terme, décrire en détail le mécanisme d'ajustement (en supposant que les gouvernements n'interviennent pas). Illustrer votre argumentation par un graphique.

Réponse 1.

Oui c'est possible. La fonction d'utilité représente des préférences ordinales qui ne sont pas comparables d'un individu à l'autre: par conséquent les individus ont en général des fonctions d'utilité différentes les uns des autres. La fonction est inchangée par toute transformation monotone croissante. A l'optimum du consommateur j :

$$\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}(x_1, x_2) = \frac{p_1}{p_2},$$

qui avec la contrainte budgétaire déterminent les fonctions de demande. Cette équation reste inchangée par toute transformation monotone croissante de u .

Exemple: si la fonction d'utilité de i est reliée à celle de j par $u_i(x_1, x_2) = U_i(u(x_1, x_2))$ alors les fonctions de demande de i seront identiques à celles de j .

Réponse 2. On dit qu'une technologie présente des rendements croissants/constants/décroissants si

$$C(ty) \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} tC(y)$$

pour tout $t > 1$. Si après multiplication du niveau production y par un nombre $t > 1$, on observe que le coût de production est multiplié par moins que t , alors les rendements sont croissants. Dans le contexte de l'exercice, il convient de comparer

$$C(ty) = At^\alpha y^\alpha \text{ et } tC(y) = tAy^\alpha$$

ce qui revient à comparer t^α et t . Comme $t^\alpha < t \Leftrightarrow \alpha < 1$ on aura des rendements croissants/constants/décroissants si

$$\alpha \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 1.$$

Réponse 3.

Soit un consommateur dont les préférences sont décrites par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = (1 + x_1)e^{x_2} + 6$$

Ce consommateur possède un revenu R et les prix des biens 1 et 2 sont respectivement p_1 et p_2 .

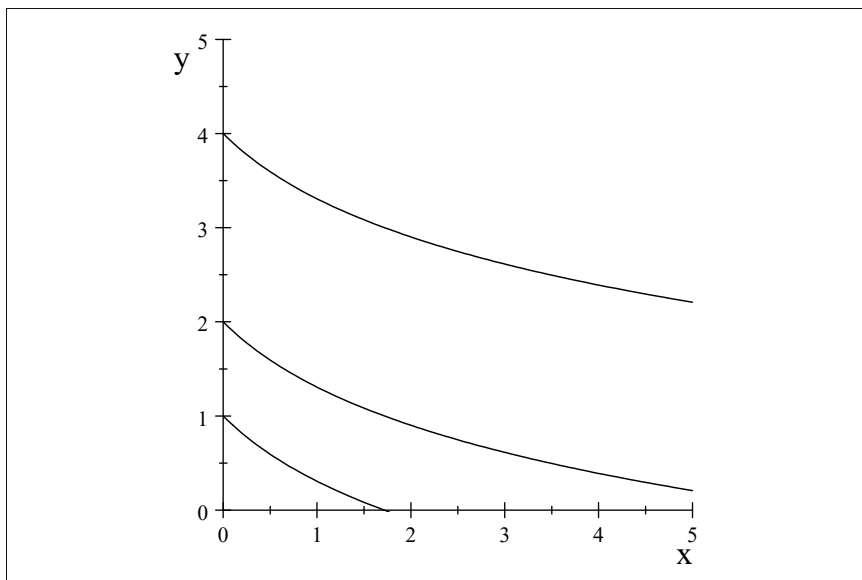
1. Calculer l'équation d'une courbe d'indifférence et représenter graphiquement l'allure des courbes d'indifférence de ce consommateur. Qu'en déduisez-vous par rapport aux

solutions du problème de décision du consommateur?

Comme $U(x_1, x_2) = (1 + x_1)e^{x_2} + 6$ on peut représenter $U(x_1, x_2) = U^0$ de manière équivalente par

$$(1 + x_1)e^{x_2} + 6 = U^0$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \ln \frac{U^0 - 6}{(1 + x_1)} = \ln(U^0 - 6) - \ln(1 + x_1) = k^0 - \ln(1 + x_1)$$



On voit que les courbes d'indifférence coupent les axes et que le problème de maximisation admet des solutions en coin. Les points suivants sont en effet situés sur une CI: $x_1 = 0$ et $x_2 = \ln(U^0 - 6)$ ainsi que $x_1 = U^0 - 1$ et $x_2 = 0$.

2. La solution intérieure est caractérisée par le système (2 équations et 2 inconnues):

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2}(x_1, x_2) = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{e^{x_2}}{(1+x_1)e^{x_2}} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{1+x_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = R \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^* = \frac{p_2}{p_1} - 1 \\ x_2^* = \frac{R - p_1 x_1^*}{p_2} = \frac{R - p_2 + p_1}{p_2} = \frac{R + p_1}{p_2} - 1 \end{cases} \end{aligned}$$

3. Déterminer les conditions pour lesquelles le consommateur ne demande aucun bien x_2 .

$$x_2^* = 0 \Leftrightarrow \frac{R + p_1}{p_2} \leq 1 \Leftrightarrow R + p_1 \leq p_2$$

Si le prix du bien deux (en termes du bien 1) est plus élevé que le revenu plus p_1 , alors $x_2^* = 0$.

Réponse 4.

Partie I : Consommateurs

1. Le consommateur maximise son utilité sous contrainte budgétaire :

$$L = x_1^{4/5} x_2^{1/5} - \lambda(p_1 x_1 + x_2 - 10)$$

Les conditions de premier ordre nous donnent :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x_1^{-1/5}x_2^{1/5} = \lambda p_1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x_1^{4/5}x_2^{-4/5} = \lambda \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow p_1x_1 + x_2 = 10 \quad (3)$$

La condition de premier ordre (3) nous redonne la contrainte budgétaire saturée. Des deux premières conditions découle la condition : $TMS = p_1$ et donc :

$$p_1 = \frac{4x_2}{x_1} \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{4}p_1x_1$$

Par substitution de x_2 dans la C.B., on obtient :

$$\begin{aligned} p_1x_1 + \frac{1}{4}p_1x_1 &= 10 \\ \frac{5}{4}p_1x_1 &= 10 \\ x_1^* &= \frac{8}{p_1} \end{aligned}$$

On remarque que l'expression de demande individuelle ne coupe jamais l'axe des abscisses puisque $\lim_{p_1 \rightarrow 0}(x_1^*) = +\infty$. Il n'y a donc pas de solution en coin ou le consommateur choisira de ne consommer que du bien 1.

- La demande agrégée est la somme des demandes individuelles. Comme il y a 200 individus sur le marché:

$$Y^d = \sum_{i=1}^{200} x_1^* = 200 \frac{8}{p_1} = \frac{1600}{p_1}$$

Partie II : Producteurs

- Pour déterminer l'offre individuelle, on détermine d'abord le prix en deçà duquel l'entreprise ne produit rien:

$$\begin{aligned} y^{SR} &= \arg \min_y y + \frac{4}{y} = 2 \\ p^{SR} &= \min_y y^{SR} + \frac{4}{y^{SR}} = 4. \end{aligned}$$

L'entreprise maximise son profit $\Pi = py - C(y)$:

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial y_i} = 0 \Leftrightarrow p = Cm_i(y).$$

Avec $Cm(y) = 2y$, on obtient $p = 2y_i$ et l'offre individuelle s'obtient en isolant y_i :

$$y_i^*(p) = \begin{cases} \frac{p}{2} & \text{si } p \geq 4 \\ 0 & \text{si } p < 4 \end{cases}$$

- On agrège l'offre:

$$Y^o(p) = \sum_{i=1}^{80} y_i^*(p) = \begin{cases} 40p & \text{si } p \geq 4 \\ 0 & \text{si } p < 4 \end{cases}$$

Partie III : Equilibre

1. Graph

2. On équilibre le marché, le prix s'ajuste de manière à égaliser $Y^o(p) = Y^d(p)$. On a donc

$$40p = \frac{1600}{p}$$
$$p^* = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ et } Y^o(p^*) = Y^d(p^*) = 40\sqrt{40}$$

3. A court terme, les entreprises produisent $y_i^*(p^*) = \sqrt{10}$ unités et réalisent un profit positif:

$$\Pi = p^* y_i^*(p^*) - C(y_i^*(p^*)) = 2\sqrt{10} \times \sqrt{10} - \sqrt{10}^2 - 4 = 6 > 0$$

4. Le long terme est caractérisé par la rationalité des entreprises, la libre entrée sortie (garantissant un profit nul à l'équilibre), l'équilibre partiel du marché:

(a) Les entreprises vont choisir y^* de manière à égaliser $p = Cm_i(y)$

(b) Les entreprises vont entrer et sortir du marché et garantir que $p = CM_i(y)$

(c) Le nombre d'entreprises sera déterminé de façon à ce que $Ny_i^*(p^*) = Y^d(p^*)$

5. A long terme $p^{LT} = p^{SR} = 4$ et $y_i^*(p^{LT}) = 2$. Par ailleurs, $N^{LT} = Y^d(p^{LT}) / y_i^*(p^{LT}) = 800/4 = 200$.

6. Si le prix du lait chute en dessous du seuil de rentabilité, les producteurs laitiers feront des pertes. Certains producteurs quitteront le marché, et un nouvel équilibre s'établira avec un niveau de prix égal au seuil de rentabilité p^{SR} , avec une production individuelle inchangée $y_i^*(p^{SR})$, mais avec un nombre de producteurs inférieur au nombre initial.