



Année universitaire 2016/2017

LICENCE Economie-Gestion  
Double Licence Langues Etrangères Appliquées-Economie  
1<sup>ère</sup> année

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle Continu Mars 2017

Matière : : Mathématiques II (Mme Dillenseger, M. Hamza, M. Muller, M. Rathana)

Durée : 1h30

Aucun document autorisé  
Calculatrice non autorisée

Le barème est donné à titre indicatif.  
Veiller à rendre une copie soignée, claire et concise.

---

**Exercice 1** Vecteurs et produit scalaire dans l'espace (4 points)

L'espace est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soit (P) le plan d'équation cartésienne  $x + 2y + 3z - 4 = 0$ .

- 1) Donner les coordonnées de deux points M et N qui appartiennent au plan (P).
- 2) Donner les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{MN}$ .
- 3) Donner les coordonnées d'un vecteur normal  $\vec{n}$  au plan (P).
- 4) Justifier l'orthogonalité du vecteur  $\vec{n}$  et du vecteur  $\overrightarrow{MN}$ .

**Exercice 2** Fonction homogène et dérivées partielles (4 points)

Soit la fonction  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$F(K,L) = K^\alpha L^\beta + 3 K^\beta L^\alpha + 2K^{2/3} - L^{2/3}$$

où K représente le capital, L le nombre de travailleurs et  $F(K,L)$  la production totale de l'entreprise.

- 1) Pour quelles valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  la fonction F est-elle homogène de degré maximal ?
- 2) On suppose que F est homogène de degré  $\frac{2}{3}$ . Donner une interprétation du résultat.
- 3) Calculer les dérivées partielles premières de F.

**TOURNEZ LA PAGE SVP →**

**Exercice 3** Ensemble de définition et courbe de niveaux (8 points)

1) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble de définition des fonctions suivantes:

a)  $f(x, y) = \frac{e^{x+y}}{\sqrt{xy}}$

b)  $g(x, y) = \ln(2x + y - 1)$

c)  $h(x, y) = \sqrt{9 - (x - 1)^2 - y^2}$

2) Donner l'expression générale des courbes de niveaux de la fonction

$g(x, y) = \ln(2x + y - 1)$  et représenter les courbes de niveau 0,  $\ln 2$  et  $\ln 3$ .

3) Donner l'expression générale des courbes de niveaux de la fonction

$h(x, y) = \sqrt{9 - (x - 1)^2 - y^2}$  et représenter les courbes de niveau 0,  $\sqrt{5}$  et 3.

**Exercice 4** Vecteurs et produit scalaire dans le plan (4 points)

Soient les vecteurs  $\vec{U} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{V} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{W} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

1) Calculer les longueurs de  $\vec{U}$ ,  $\vec{V}$  et  $\vec{W}$ .

2) Déterminer la nature de l'angle formé par  $\vec{U}$  et  $\vec{V}$ ,  $\vec{U}$  et  $\vec{W}$ ,  $\vec{V}$  et  $\vec{W}$  ?

3) Calculer  $(\vec{U} - \vec{V}) \cdot (\vec{W} + \vec{V})$

4) Représenter les vecteurs  $\vec{U} - \vec{V}$  et  $\vec{W} + \vec{V}$  dans  $\mathbb{R}^2$ .