



Année universitaire 2016/2017

LICENCE Economie-Gestion
Double Licence Mathématiques-Economie
Double Licence Langues Etrangères Appliquées-Economie
1^{ère} année

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle continu Mars 2017

Probabilités et Statistiques II (CM : M. Lefebvre et J. Saadaoui. TD : R. Hasni, M. Blaise, M. Bertemes, L. Naegele)

Durée : 1h30

Tous documents interdits

Calculatrice autorisée

Question 1 (4 points)

On dispose d'un jeu de 32 cartes constitué de 8 cartes de chaque couleur (pique, carreau, trèfle, cœur) numérotées de 1 à 8. On extrait simultanément 5 cartes de jeu.

- Combien de tirages différents peut-on obtenir?
- Combien de tirages différents peut-on obtenir contenant un carré (quatre cartes de la même valeur. Exemple : 4 cartes numérotées 6) ?
- Combien de tirages différents peut-on obtenir contenant deux paires distinctes (Exemple : 2 cartes numérotées 6 et 2 cartes numérotées 7) ?
- Combien de tirages différents peut-on obtenir contenant une quinte, c'est-à-dire cinq cartes de même couleur se suivant dans l'ordre croissant ?

Question 2 (3 points)

Une urne contient des boules blanches, noires et rouges. On tire une boule de l'urne. On note :

A : « Tirer une boule blanche ».

B : « Tirer une boule ni blanche ni rouge ».

C : « Tirer une boule noire ou une boule rouge ».

- A et B sont-ils incompatibles ? Justifiez.
- Traduire par une phrase \bar{B} .
- B et C sont-ils incompatibles ? Justifiez.

Question 3 (3 points)

Dans une population 40% des individus ont les yeux bruns, 25% des individus ont les cheveux blonds, 15% des individus ont les yeux bruns et les cheveux blonds. On choisit un individu au hasard. Si on tire un individu au hasard :

- Quelle est la probabilité qu'il ait les cheveux blonds s'il a les yeux bruns ?
- Quelle est la probabilité qu'il ait les yeux bruns s'il a les cheveux blonds ?
- Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas les yeux bruns s'il a les cheveux blonds ?

Question 4 (4 points)

Dans une affaire criminelle, il y a onze suspects mais une seule personne est le coupable. Deux tests de détection de la culpabilité sont mis en place : le test A et le test B. On note :

C : l'évènement « le suspect est coupable ».

I : l'évènement « le suspect est innocent ».

T_A : l'évènement « le test A est positif ».

T_B : l'évènement « le test B est positif ».

Les deux tests sont positifs avec certitude si la personne testée est le coupable, mais les deux tests sont également positifs dans 10 % des cas si la personne testée est innocente.

- Quelle est la probabilité qu'un suspect pris au hasard soit le coupable sachant que le test A est positif ?
- Quelle la probabilité que les tests A et B soient tous les deux positifs sachant que la personne est coupable ?
- Quelle est la probabilité d'avoir affaire au coupable lorsque les deux tests 1 et 2 sont administrés à une même personne et sont positifs ?

Question 5 (6 points)

Le nombre d'ordinateurs vendus en une semaine dans un magasin est une variable aléatoire X dont la loi est donnée dans le tableau ci-dessous :

| | | | | |
|----------|-----|------|---|-----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(X=x)$ | 0,3 | 0,45 | ? | 0,2 |

- Calculez $P(X = 2)$ puis l'espérance $E(X)$ et la variance $V(X)$.
- Soit X_1 et X_2 les variables aléatoires: nombre d'ordinateurs vendus dans les semaines consécutives 1 et 2 respectivement. On suppose que X_1 et X_2 sont indépendantes. Construisez la loi de probabilité du couple $(X_1; X_2)$.
- On désigne par Y la variable aléatoire "nombre total d'ordinateurs vendus en 2 semaines consécutives dans ce magasin". Donnez la loi de probabilité de la variable aléatoire Y , puis calculez l'espérance $E(Y)$ et la variance $V(Y)$.
- Soit Z une variable aléatoire définie à partir de la même expérience : $Z = 4X - 2$. Déterminez l'espérance $E(Z)$ et la variance $V(Z)$.