FACULTÉ DES SCIENCES ÉCONOMIQUES & DE GESTION

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Année universitaire 2016/2017

Licence 1ère année Economie – Gestion
Double licence LEA
Semestre 2 – Session 1 / Contrôle Terminal Mai 2017

Matière : Mathématiques 2 (B.Godbillon)
Durée : 2h
Aucun document autorisé
Calculatrice interdite

Exercice 1 : (5 points)

Soit la fonction à deux variables réelles : $y = f(x_1, x_2) = 4x_1^{\frac{1}{2}}x_2$

1) Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction f.
2) Montrer que cette fonction f est homogène et donner son degré d'homogénéïté.
3) Rappeler le Théorème d'Euler et vérifier que cette fonction f le satisfait.
4) Déterminer les élasticités par rapport aux deux variables x_1 et x_2 de cette fonction f et donner leur signification.
5) A quoi est supposée être égale la somme des élasticités de f ? Vérifier que c'est effectivement le cas.

Exercice 2 : (4 points)

Soit la fonction à deux variables réelles : $y = f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ et un point $X_0 = (x_{01}, x_{02}) = (1,1)$.

1) Déterminer l'équation du plan tangent au graphe de cette fonction au point X_0.
2) Soit la courbe de niveau passant par le point X_0, déterminer l'équation de la droite tangente à cette courbe de niveau en ce point X_0.
3) Vérifier que le vecteur Gradient de la fonction f en X_0 est orthogonal à cette droite tangente.
4) En X_0, dans quelle proportion doit-on augmenter les valeurs des variables x_1, x_2 pour obtenir un accroissement maximal de la valeur prise par la fonction f ?

Exercice 3 : (6 points)

Déterminer les extrema libres locaux de la fonction : $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_1x_2^2 - 15x_1 - 12x_2$.

Exercice 4 : (5 points)

Après avoir vérifié que les conditions du théorème de Weierstrass-Valeurs extrêmes sont satisfaites, utiliser ce théorème pour déterminer les extrema globaux

de la fonction $f(x_1, x_2) = x_2^2 + (x_1 - 1)^2$ sous la contrainte $x_1^2 + x_2^2 \leq 9$.