



Année universitaire 2016/2017

Licence 1^{ère} année Economie – Gestion
Double Licence Math Eco
Double licence LEA

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle Terminal Mai 2017

Matière : Probabilités et statistiques 2 (Lefebver et Saadaoui)

Durée : 2h

Aucun document autorisé

Calculatrice autorisée

Question 1 (4 points)

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 32 femmes et 25 hommes.

De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes :

- a) Si on n'impose aucune contrainte sur la composition du groupe ?
- b) Si on veut uniquement des hommes ?
- c) Si on veut uniquement des personnes de même sexe ?
- d) Si on veut au moins une femme et un homme ?

Question 2 (4 points)

Une étude de la population d'une grande ville de province a fait apparaître que pendant le mois d'août :

- 35 % des personnes sont allées au cinéma ;
- 12 % des personnes sont allées au musée ;
- 6 % des personnes sont allées aux deux.

Calculer la probabilité que, pendant ce mois, une personne ait fait les choix suivants :

- a) N'aller ni au cinéma, ni au musée.
- b) Ne pas aller au cinéma.
- c) Aller au cinéma ou au musée.
- d) Aller au cinéma mais pas au musée.

Question 3 (4 points)

Un pépiniériste vend des bulbes de fleurs. On conviendra qu'un bulbe germe s'il donne naissance à une plante qui fleurit. On considère que le pépiniériste dispose d'un très grand nombre de bulbes et que la probabilité qu'un bulbe germe est de 0,35. Il prélève au hasard successivement quinze bulbes de ce stock. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de bulbes qui germent.

- a) Quelle est la loi de X ?
- b) Quelle est la probabilité qu'exactly 5 bulbes choisis germent ?
- c) Quelle est la probabilité qu'au moins 4 bulbes germent ?
- d) En moyenne, sur un prélèvement de 15 bulbes, combien vont germer ?

Question 4 (3 points)

La durée de vie d'un composant est une variable aléatoire, exprimée en jours, qui suit une loi exponentielle de paramètre 0,004 sur $[0, +\infty[$.

- Quelle est la probabilité que la durée de vie du composant excède trois cents jours ?
- Quelle est la probabilité que la durée de vie du composant soit d'au plus une année ?
- Quelle est la probabilité que la durée de vie du composant soit comprise entre deux et trois ans ?

Question 5 (4 points)

A l'issue du contrôle terminal de Statistique et Probabilités, les étudiants ont obtenus une moyenne de 14,11 (sur 20) assorti d'un écart-type de 6,7. Les notes se répartissent selon une loi normale.

- Quelle est la probabilité qu'un étudiant obtienne une note inférieure à 10 ?
- Quelle est la probabilité qu'un étudiant obtienne une note supérieure à 17 ?
- Au dessus de quelle note se situe 35% des étudiants ?
- Quelle note maximum a obtenu la moitié des étudiants ?

Récapitulatif des lois continues

Nom	Notation	Support	Loi/Densité	Espérance	Variance
Uniforme	$\mathcal{U}(a, b)$	$X(\Omega) = [a, b]$	$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$ si $x \in [a, b]$	$E(X) = \frac{a+b}{2}$	$\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
Exponentielle	$\mathcal{E}(\lambda)$	$X(\Omega) = [0, +\infty[$	$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ si $x \geq 0$	$E(X) = \frac{1}{\lambda}$	$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
Normale	$\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	$X(\Omega) = \mathbb{R}$	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$E(X) = \mu$	$\text{Var}(X) = \sigma^2$
Normale standard (Z)	$\mathcal{N}(0, 1)$	$Z(\Omega) = \mathbb{R}$	$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$	$E(Z) = 0$	$\text{Var}(Z) = 1$
Khi-deux (K^2)	$\chi^2(n)$	$K^2(\Omega) = [0, +\infty[$	$K^2 = \sum_{i=1}^n Z_i^2$ où $Z_i \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$ ind.	$E(K^2) = n$	$\text{Var}(K^2) = 2n$
Student (T)	$St(n)$	$T(\Omega) = \mathbb{R}$	$T = \frac{Z}{\sqrt{K^2/n}}$ où $\begin{cases} Z \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1) \\ K^2 \hookrightarrow \chi^2(n) \end{cases}$	$E(T) = 0$	$\text{Var}(T) = \frac{n}{n-2}$
Fisher (F)	$F(n_1, n_2)$	$F(\Omega) = [0, +\infty[$	$F = \frac{K_1^2/n_1}{K_2^2/n_2}$ où $\begin{cases} K_1^2 \hookrightarrow \chi^2(n_1) \\ K_2^2 \hookrightarrow \chi^2(n_2) \end{cases}$	$E(F) = \frac{n_2}{n_2-2}$	$\text{Var}(F) = \frac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$

$$a, b \in \mathbb{R} \quad a < b \quad \lambda > 0 \quad \mu \in \mathbb{R} \quad \sigma > 0 \quad n, n_1, n_2 \in \mathbb{N}^*$$