

LICENCE Economie et Gestion
Double Licence Langues Etrangères Appliquées-Economie
1^{ère} année

Semestre 1 – Session 1 / Contrôle Terminal Janvier 2018

Matière : MATHÉMATIQUES 1 (B.Godbillon)

Durée : 2h

Tous documents interdits
Calculatrice interdite

Ex 1. (3 points) Soit la fonction réelle à une variable réelle suivante : $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \end{cases}$

- 1) Déterminer son ensemble de définition.
- 2) Calculer les limites suivantes : $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$
- 3) Etudier la continuité de la fonction f sur son ensemble de définition.

Ex 2. (4 points) Soit la fonction réelle à une variable réelle suivante : $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ -2x+3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$; expliquer

algébriquement et graphiquement pourquoi cette fonction n'est pas dérivable bilatéralement en $x = 1$.

Ex 3. (3 points) Soit la fonction réelle à une variable réelle définie sur \mathbb{R} suivante : $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$

- 1) Déterminer les intervalles de concavité et de convexité de cette fonction.
- 2) Par simple recours aux primitives usuelles, calculer l'intégrale définie de cette fonction sur l'intervalle $[0;1]$.

Ex 4. (3 points)

1) Rappeler le Théorème de l'Hôpital.

2) Utiliser ce théorème pour calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 2)}{x}$

3) En déduire cette autre limite : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2)^{1/x}$

Ex 5. (2 points) Soit la fonction réelle à une variable réelle suivante : $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$; utiliser la différentielle de

cette fonction pour calculer une valeur approchée de $\frac{1}{2}\sqrt{915}$.

(Partez de la définition première de la différentielle en un point et expliquez pleinement votre calcul)

Ex 6. (2 points) Le pouvoir d'achat PA d'un individu correspond au rapport de son salaire S par le niveau des prix P et on a donc, $PA = \frac{S}{P}$. Quel taux de croissance du salaire permet une croissance du pouvoir d'achat de

l'individu de 0,5% dès lors que le niveau des prix augmente de 2% ?

(Tous les taux de croissance donnés et demandé sont des taux de croissance instantanée ; Les calculs faits doivent être pleinement justifiés théoriquement)

Ex 7. (3 points) Considérons une fonction de coût total de production qui à toute quantité d'output $Q > 0$ associe son coût total de production : $C_T = C_T(Q)$. Supposons que cette fonction de coût total de production est continue et de dérivée continue sur $]0; +\infty[$. La fonction de coût moyen de production C_M et la fonction de coût marginal de production C_m correspondent aux fonctions suivantes : $C_M(Q) = \frac{C_T(Q)}{Q}$ et $C_m(Q) = C_T'(Q)$.

Montrer que les coûts marginaux de production sont égaux aux coûts moyens de production en la quantité d'output $Q^* > 0$ qui minimise les coûts moyens de production.