

Année universitaire 2017/2018

Licence 1ère année Economie et Gestion + LEA  
 Semestre 2 / Contrôle Terminal Avril-Mai 2018

Matière : Mathématiques 2 (B.Godbillon)  
 Durée : 2h  
 Aucun document autorisé  
 Calculatrice interdite

**Exercice 1 : (4 points)**

Soit la fonction à deux variables réelles :  $y = f(x_1, x_2) = 4x_1 - 6x_2 + 2$

- 1) Par quel type de surface est-elle représentée dans l'espace  $R^3$  d'axes  $Ox_1, Ox_2, Oy$  ?  
Esquisser graphiquement sa représentation.
- 2) Partant de sa représentation dans l'espace  $R^3$  d'axes  $Ox_1, Ox_2, Oy$ , comment obtient-on sa représentation par courbes de niveau dans le plan  $R^2$  d'axes  $Ox_1, Ox_2$  ?
- 3) Représenter graphiquement dans le plan  $R^2$  d'axes  $Ox_1, Ox_2$ , ses courbes de niveau 0 et de niveau 2.

**Exercice 2 : (2 points)**

Montrer que la limite suivante n'existe pas :  $\lim_{(x_1, x_2) \rightarrow (0,0)} \frac{x_1 \cdot x_2}{3x_1^2 + 2x_2^2}$

On montrera qu'il existe en fait différentes limites selon le « chemin » emprunté pour approcher du point  $(0,0)$ .

**Exercice 3 : (5 points)**

Soit la fonction à deux variables réelles :  $y = f(x_1, x_2) = 3x_1^{1/3} \cdot x_2^{1/2}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction  $f$ .
- 2) Montrer que cette fonction  $f$  est homogène et donner son degré d'homogénéité.
- 3) Déterminer les élasticité par rapport aux deux variables  $x_1$  et  $x_2$  de cette fonction  $f$  et donner leur signification.
- 4) A quoi est supposée être égale la somme des élasticité de  $f$  ? Vérifier que c'est effectivement le cas.

**Exercice 4 : (9 points)**

1) (3 points)

Déterminer les extrema libres locaux de la fonction  $f$  définie sur  $R^2$  par :  $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - x_2 + x_2^2 - 2x_1$

2) (6 points)

Après avoir vérifié que les conditions du théorème de Weierstrass-Valeurs extrêmes sont satisfaites, utiliser ce théorème pour déterminer les extrema globaux de la fonction

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - x_2 + x_2^2 - 2x_1 \quad \text{sous les contraintes} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$