

Année universitaire 2017/2018
LICENCE 2^{ème} année Economie et Gestion
Semestre 3 – Session 1 / Contrôle continu / Novembre 2017

Probabilités et Statistique III. Durée : 1h30

COURS : M. J. EL OUARDIGHI ; TD : MM. F. MERCIER; H.A. NAFI AMIR ; V. VERGNAT;

Tous documents : le formulaire de probabilités et tables statistiques sont autorisés. **Calculatrice** : autorisée.

Barème indicatif : 1 point par réponse juste : I. 6 points. II. 4 points. III. 5 points. IV. 5 points

Sujet

I. On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes.

I.1. Combien de tirages différents peut-on obtenir sans imposer de contraintes sur les cartes ?

I.2. Soit la variable aléatoire X «nombre de rois contenu dans un tirage de 5 cartes». Nous rappelons qu'il y a 4 rois dans un jeu de 32 cartes. Calculer les probabilités suivantes : **(a)** le tirage contient 1 seul roi. **(b)** le tirage contient au moins un roi. **(c)** le tirage contient au plus un roi. **(d)** le tirage contient 4 rois.

I.3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

II. Considérons la fonction $f(z) = -2z + a$ définie dans l'intervalle $[0, 1]$.

II.1. Quelle est la condition sur la constante a pour que la fonction $f(z)$ soit une densité de probabilité ?

II.2. Déduire la fonction de répartition, notée $F(z)$.

II.3. Calculer la probabilité $P(Z > 0.8)$.

II.4. Calculer la probabilité $P(0.3 \leq Z \leq 0.8)$.

III. Un étudiant est censé corriger un exercice au tableau durant une séance de TD. A chacune des 10 séances prévues, un étudiant est désigné au hasard dans la liste des N inscrits dans le groupe de TD. Nous supposons qu'un même étudiant peut être appelé plusieurs fois. Chaque étudiant s'interroge donc sur ses chances d'être désigné. On note X 'le nombre de fois où un même étudiant est appelé au tableau'.

III.1. Quelle loi suit X ? Justifier votre réponse et donner ses paramètres.

III.2. Donner l'expression de la probabilité qu'un étudiant soit tiré exactement 2 fois au sort.

III.3. Donner l'expression de la probabilité qu'un étudiant soit tiré au moins une fois au sort.

III.4. En moyenne, combien de fois un étudiant peut-il être désigné pour passer au tableau ?

III.5. Soit $N = 20$ étudiants inscrits dans le groupe de TD. Calculer les probabilités $P(X = 2)$ (i.e. question III.2) et $P(X \geq 1)$ (i.e. question III.3).

IV. Soit (X, Y) un couple de variables aléatoires discrètes dont la loi de probabilité est indiquée dans le tableau suivant :

	Y	8	9
X	1	0	0.3
	2	0.2	0.2
	3	0.2	0.1

IV.1. Déterminer les lois marginales de X et Y . Donner une interprétation à une valeur de la loi marginale.

IV.2. Calculer les espérances $E(X)$ et $E(Y)$.

IV.3. Calculer les variances $V(X)$ et $V(Y)$.

IV.4. Calculer la covariance entre X et Y , notée $Cov(X, Y)$.

IV.5. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . Interpréter.