FACULTÉ DES SCIENCES ÉCONOMIQUES & DE GESTION

Université de Strasbourg

Année universitaire 2017/2018
LICENCE Economie-Gestion
2ème année
Semestre 4 – Session 1 / Contrôle continu mars 2018

Matière : Mathématiques IV
Cours : L. BRECKLE. Travaux Dirigés : S. BIANCHINI, L. BRECKLE, F. MERCIER.
Durée : 1h30
Aucun document n'est autorisé. Le barème est donné à titre indicatif.
Les calculatrices sont interdites. Le soin et la présentation sont pris en compte dans la notation.

Exercice 1 (5 points)

1. Calculer les déterminants des matrices ci-dessous, en précisant les propriétés utilisées :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 9 & 6 \\ 0 & 3 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 11 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & k & -1 \end{pmatrix}$
   a. Pour quelles valeurs de k la matrice M est-elle inversible ?
   b. Déterminer M^{-1} lorsque $k = 0$, par la méthode de votre choix.

Exercice 2 (5 points)

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $\det A$ et $\det B$ puis en déduire, s'ils existent, $\det {}^tA$, $\det {}^tB$, $\det A^{-1}$, $\det B^{-1}$, en justifiant les propriétés utilisées.
2. Calculer $\det(A - B - {}^tB)$
3. A et B commutent-elles ? Justifier.
4. Calculer $\det((A - B - 2I_4)^3)$

Exercice 3 (5 points)

Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Calculer A^p et B^p pour tout $p \in \mathbb{N}$ (justifier proprement vos réponses).
2. Calculer $(A + B)^p$ pour tout $p \in \mathbb{N}$.

Exercice 4 (5 points)

Soient $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} t & 0 & t \\ 0 & t & 0 \\ -t & 0 & t \end{pmatrix}$.

Calculer, si c'est possible et en le justifiant, les inverses des matrices A et B en utilisant la méthode des cofacteurs.