

UE Techniques quantitatives

Examen : Probabilités et statistique IV – Session 1 – Mai 2018

Durée de l'épreuve : **2h00.**

Enseignant : M. EL OUARDIGHI

Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques.

Les calculatrices sont autorisées.

Barème indicatif : I. 2+2+2=6 points. II. 2+2=4 points. III. 2+2+2=6 points. IV. 4 points.

Temps moyen indicatif : I. 30mn. II. 25mn. III. 30mn. IV. 25mn.

Sujet

I. Un appareil de télécommunication est doté d'un composant électronique dont la fabrication peut provenir de deux sites différents S1 ou S2. Des études sur la fiabilité de ces appareils ont révélé que dans 11% des cas, les composants en provenance du site S2 connaissent des problèmes de fonctionnement. Cette proportion est de l'ordre de 4% dans le cas des composants produits dans le site S1. Nous cherchons à savoir si l'écart de proportion est significatif entre les deux sites de production.

I.1. Ecrire les hypothèses du modèle statistique et justifier le type du test, i.e. bilatéral ou unilatéral. Définir ensuite la variable de décision et préciser ses paramètres théoriques.

I.2. Considérons deux échantillons de taille 480 et 650 composants électroniques produits respectivement dans les sites S1 et S2. Préciser la loi de la variable de décision et calculer les valeurs de ses paramètres.

I.3. Déterminer l'intervalle d'acceptation (ou la *région du rejet*) de l'hypothèse nulle pour un seuil d'erreur $\alpha = 5\%$. Que peut-on conclure ?

II. En moyenne, la proportion des composants électroniques défectueux dans un lot de production est de l'ordre de 11%. On prélève au hasard un échantillon de 650 unités et on observe que 57 composants sont défectueux. Considérons le modèle statistique $H_0 : p = p_0 = 0.11$ contre $H_1 : p = p_1 > 0.11$.

II.1. Définir la statistique de décision et calculer ses paramètres. Déterminer la *région du rejet* (ou l'*intervalle d'acceptation*) de H_0 pour un risque $\alpha = 5\%$. Que peut-on conclure ?

II.2. Le rapport des vraisemblances $L(p_0)/L(\hat{p})$ où \hat{p} est l'estimateur du maximum de vraisemblance de la proportion est de l'ordre de 0.275. Effectuer le test LR (rapport de vraisemblance) et conclure pour un risque $\alpha = 5\%$.

III. Le degré de précision d'une machine peut être mesuré par la dispersion des cotes X des pièces fabriquées. Dans les conditions normales de fonctionnement, la variance des cotes est de l'ordre 0.04 mm. Le service de la maintenance envisage d'intégrer dans la machine un dispositif destiné à améliorer sa précision. L'inspection d'un échantillon de 27 pièces fabriquées avec le nouveau dispositif indique un écart-type corrigé de 0.17 mm. On cherche à savoir si le dispositif améliore la précision de la machine.

III.1. Ecrire les hypothèses du test à effectuer. Donner la statistique de décision, préciser sa loi et ses paramètres.

III.2. Pour un seuil d'erreur $\alpha = 5\%$, préciser la règle de décision et calculer la valeur du seuil critique. Que peut-on conclure ?

III.3. Quelle est approximativement la puissance du test précédent si, en réalité, la variance de X est égale à 0.0175 mm avec ce nouveau procédé ?

IV. Un laboratoire médical réalise une étude auprès des personnes majeures pour savoir si l'efficacité d'un traitement antiviral est indépendante de l'âge des individus. Il considère ainsi un échantillon de personnes traitées et réparties en deux groupes selon l'âge. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous. Le traitement dépend-il, au risque d'erreur $\alpha = 5\%$, de l'âge des personnes traitées ? Nous vous recommandons de suivre la procédure suivante : **(i)** présenter les hypothèses du test à considérer, **(ii)** calculer la statistique de décision, **(iii)** conclure.

Résultats de l'efficacité du traitement antiviral :

Age	Personnes traitées	Infectées	Non-infectées
Entre 18 ans et 50 ans		40	42
Plus de 50 ans		19	60
