Année universitaire 2017/2018
LICENCE 2ème année Economie et Gestion
Semestre 4 ï Session 1 / Contrôle continu / Mars 2018

Matière: Probabilités et statistique IV. Durée : 1h30
Cours : M. J. El ouardighi ; **TD:** H. A. Nafi Amir ; N. Mazuy ; V. Vergnat
Tous documents : le formulaire de probabilités et tables statistiques sont autorisés.
Calculatrice : autorisée
Barème indicatif : **I.** 1+1+3+1+2+2=**10 points II.** 1+2+2+3+2=**10 points**

Sujet

I. Une entreprise française spécialisée dans la maroquinerie de luxe souhaite harmoniser la fabrication artisanale de ses sacs à main. Sa première étude consiste à sôintéresser aux poids de ses produits. Les salariés de lôentreprise ont pour objectif de respecter un poids de 550g. Afin dôéviter de contrôler chaque produit mis en vente sur le marché, le responsable qualité prélève un échantillon de 20 sacs à main et observe un poids moyen de 590g. Le responsable qualité cherche alors à savoir si lôéchantillon prélevé permet de confirmer que les sacs font bien 550g. A noter, le responsable a connaissance que le poids moyenne de la population suit sensiblement une loi normale dôécart type $\sigma = 50$g.

I.1. Enoncer et expliquer les hypothèses H_0 et H_1 du test.

I.2. Expliquer de quel type de test sôagit-il. En particulier, préciser la variable de décision, sa loi et ses paramètres.

I.3. Exprimer le risque de première espèce ($\alpha = 10\%$) en termes de probabilités et déduire la valeur critique *k*. Conclure sur le test**.**

I.4. Construire lôintervalle de *confiance* pour un seuil de risque de 5% et interpréter.

I.5. Construire la région critique du test suivant : H_0 : $\mu = 550$; H_1 : $\mu > 550$ au seuil de 5% respectivement pour $n = 20$ et $n = 50$. Que peut-on conclure ?

I.6. Après avoir défini le risque de deuxième espèce et la puissance du test, calculer cette dernière à lôaide de la question précédente, pour $\mu_1 = 570$ et $n = 20$ puis $\mu_1 = 570$ et $n = 50$. Que pouvez-vous en conclure ?

II. Le gouvernement dôun pays cherche à savoir sôil doit entreprendre une politique de relance économique pour augmenter le PIB de son économie. Pour prendre une décision, il teste lôeffet de sa politique sur 6 régions différentes. Soit X_i lôaccroissement de PIB de la région *i*. On suppose que X_i suit une loi normale dôécart-type σ connu, égal à 10. Si la politique est efficace lôaccroissement du PIB moyen μ sera de 20 millions dôeuros, sinon, côest-à-dire si politique sôavère inefficace, lôaugmentation du PIB moyen sera nulle. La politique de relance

couterait environ 10 millions dœuros par région. Dôaprès les expériences passées, les politiques de relance ont 60% de chance de réussir.

II.1. Quels sont les éléments nécessaires pour appliquer la méthode de Bayes ?

II.2. En considérant que D_0 consiste à ne pas entreprendre la politique de relance et D_1 à lôentreprendre, déterminer les probabilités a posteriori et les espérances de coûts de ces décisions.

II.3. Etablisez la règle de décision selon la méthode de Bayes.

II.4. Calculer le rapport de vraisemblance ainsi que son logarithme. Exprimer ensuite la règle de décision définie en **II.3.** à lôaide de la statistique de décision.

II.5. Lôaccroissement moyen du PIB dans les 6 régions tests est de 9.5 millions dœuros. Quelle décision va prendre le gouvernement ?