Faculté
des **sciences économiques** et de **gestion**
Université de Strasbourg

Année universitaire 2018/2019

Licence économie-gestion 1ère année
Double licence langues étrangères appliquées (LEA) et économie et gestion 1ère année

Semestre 1 - Session 1 / Contrôle terminal
Décembre 2018 / Janvier 2019

Matière : MATHEMATIQUES I
Enseignant : Sandrine SPAETER / Brigitte GODBILLON
Durée : 2h
Aucun document autorisé
Calculatrice non autorisée

EXERCICE 1 (7 points)

Pour chaque question et sous-question de cet exercice, une seule réponse est correcte.

Lorsque la réponse juste rapporte 1 point, la réponse fausse enlève 1 point. Lorsque la réponse juste rapporte 0,5 point, la réponse fausse enlève 0,5 point.
Les points rapportés par la réponse juste sont signalés entre parenthèses pour chaque question ou sous-question.
L'absence de réponse (" je ne sais pas ") ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Un total négatif de points sur cet exercice est ramené à zéro.

Donner vos réponses dans la grille de réponses donnée en Annexe en mettant une croix par ligne dans l'unique case correspondant à votre réponse.
N'oubliez pas de rendre dans votre copie cette Annexe sur laquelle vous aurez reporté votre numéro d'étudiant et numéro de place dans la case prévu à cet effet.

Question 1. (0,5 point)

La valeur de la limite suivante $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^2+9x-1}{x^2+2}$ est

A) 3	B) $+\infty$	C) Je ne sais pas

Question 2. (1 point)

La valeur de la limite suivante $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-6x+8}$ est

A) $\frac{1}{2}$	B) $-\frac{1}{2}$	C) Je ne sais pas

Question 3. (0,5 point)

Soit la fonction $f(x) = \frac{1-2x}{x-2}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$; sa dérivée $f'(x)$ est

A) $\frac{3-4x}{(x-2)^2}$	B) $\frac{3}{(x-2)^2}$	C) Je ne sais pas

Question 4. (1 point)

Soit la fonction $f(x) = \left(\frac{x^2}{2} - x\right)^2$ définie sur $\mathbb{R}$; sa dérivée $f'(x)$ est

A) $x^3 - 3x^2 + 2x$	B) $x^2 - 2x$	C) Je ne sais pas

Question 5. (1 point)

Soit la fonction $f(x) = -4x^2 + 2x + 3$ définie sur $\mathbb{R}$, calculer $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f(1)$; qu'en concluez vous ?

A) Il existe $x_0 \in \left]-\frac{1}{2}; 1\right[$ tel que $f'(x_0) = 0$	B) En tout $x \in \left]-\frac{1}{2}; 1\right[$ on a $f'(x) \neq 0$	C) Je ne sais pas

Question 6.

Soit la fonction $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2}\right)$ définie sur $\mathbb{R}^{*+}$ $x > 0$

Sous-question 6.1. (0,5 point)

Cette fonction est

A) strictement convexe sur $\mathbb{R}^{*+}$	B) strictement concave sur $\mathbb{R}^{*+}$	C) Je ne sais pas

Sous-question 6.2. (0,5 point)

On peut alors affirmer que cette fonction

A) admet au moins un extremum sur $\mathbb{R}^{*+}$	B) admet au plus un extremum sur $\mathbb{R}^{*+}$	C) Je ne sais pas

Sous-question 6.3. (0,5 point)

Un extremum global de cette fonction, s'il existe, est

A) un maximum	B) un minimum	C) Je ne sais pas

Question 7. (0,5 point)

Une primitive de la fonction $f(x) = \left(\frac{x}{3} + 1\right)^2$ est

A) $\frac{1}{3}\left(\frac{x}{3} + 1\right)^3$	B) $\left(\frac{x}{3} + 1\right)^3 + \frac{1}{3}$	C) Je ne sais pas

Question 8. (1 point)

L'intégrale définie $\int_0^2 (2t - t^2) \cdot dt$ est égale à

A) 4	B) $\frac{4}{3}$	C) Je ne sais pas

EXERCICE 2 (6 points)

Une entreprise cherche à maximiser son profit sachant que le prix p par unité qu'elle fixe est une fonction de la quantité q de biens qu'elle souhaite écouler.
La demande "inverse" qui s'adresse à elle s'écrit :
$p = P(q) = 400 - 2q$
Les coûts totaux de production d'une quantite q de biens sont définis par :
$C = C(q) = 0{,}2 \cdot q^2 + 4 \cdot q + 400$ pour $q \geq 0$.

1) Exprimer la fonction de profit $\Pi(q)$ en termes de quantité q de biens.

2) Déterminer la quantité non nulle q^* de biens qui maximise le profit.
Vous vérifierez qu'il s'agit bien d'un maximum en recourant aux conditions suffisantes d'ordre deux des extrema.

3) En déduire le prix p^* qui maximise le profit de l'entreprise.

4) Déterminer la valeur de ce profit maximum.

(Quelques valeurs peuvent vous faciliter les calculs:
$396 \times 90 = 35\,640$, $8100 \times 22 = 178\,200$)

EXERCICE 3 (7 points)

1) La fonction de demande d'un bien est définie par :
$q = Q_D(p) = \sqrt{100 - p}$ avec p prix par unité, $0 < p < 100$.

a) Quelle est l'élasticité de la demande de ce bien par rapport à son prix ?

b) Calculer l'élasticité de cette demande quand le prix du bien est de 40 euros ; interpréter votre résultat.

c) Si le prix de 40 euros croît de 2 euros et donc de 5%, utiliser le résultat précédent pour calculer de combien la demande de bien est supposée varier en % suite à cette augmentation du prix du bien.

2) Pour ce même bien, la fonction d'offre est définie par :
$q = Q_O(p) = \frac{p}{2} - 10$.

a) Déterminer le prix d'équilibre $p^* > 0$ et la quantité q^* échangée à l'équilibre du marché de ce bien.

b) Déduire de la fonction d'offre, la fonction réciproque d'offre $p = P_O(q) = Q_O^{-1}(q)$.

c) Calculer le surplus des producteurs en le prix p^* et la quantité q^* d'équilibre du marché déterminés à la question a).

(Quelques valeurs peuvent vous faciliter les calculs: $36 \times 8 = 288$, $16 \times 14 = 224$)