

LICENCE Economie et Gestion
2^e année

Semestre 3 – Session 1 / Contrôle terminal Décembre 2018

Matière : Mathématiques III

Chargé de Cours : Lionel BRECKLE

Durée : 2h00

Aucun document n'est autorisé. Le barème est donné à titre indicatif.

Les calculatrices scientifiques non programmables de type collège sont autorisées.

Tout autre matériel est interdit.

Le soin, la qualité de la rédaction et la présentation sont pris en compte dans la notation.

Partie 1 (6 points)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 2x(x^2 + 1)^3 dx$$

$$J = \int_0^2 6t \cdot e^{3t^2} dt$$

$$K = \int_0^3 u^2 \sqrt{1+u} du$$

$$L = \int_1^e x^3 \ln(x) dx$$

Partie 2 (4,5 points)

Etudier la convergence, et en cas de convergence, calculer les intégrales impropres suivantes :

$$M = \int_0^5 \ln(t) dt$$

$$N = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x}}$$

$$P = \int_0^1 \frac{\ln(u)}{\sqrt{1-u}} du$$

Partie 3 (6 points)

Dans cet exercice, pour les calculs de probabilités, on donnera une valeur approchée à une précision adaptée. La distribution des revenus mensuels dans un certain pays est telle que pour tout $x \geq 0$, la proportion d'individus gagnant moins que x est égale à :

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt, \text{ avec } f(t) = \frac{1500}{(t+100)^{2,5}} \text{ pour tout } t \geq 0$$

1. Calculer $F(x)$ et montrer qu'il s'agit bien d'une fonction de répartition.
2. Calculer la probabilité pour un individu de gagner moins de 70.
3. Calculer la probabilité pour un individu de gagner entre 100 et 500.
4. Calculer la probabilité pour un individu de gagner plus de 1500.
5. Calculer le revenu moyen, c'est-à-dire l'espérance.

Partie 4 (3,5 points)

Soit $Y(t)$ le revenu à l'instant t , $C(t)$ la consommation, c la propension marginale à consommer ($0 < c < 1$), $\lambda > 0$ un coefficient d'ajustement et $A > 0$ une constante.

On suppose que :

$$Y'(t) = \lambda(C(t) - Y(t)) \quad \text{et} \quad C(t) = c \cdot Y(t) + A$$

1. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par Y , et déterminer la solution avec condition initiale $Y(0) = y_0$
2. Pour quelle valeur de y_0 cette solution est-elle une constante ?
3. Quelle est la limite de $Y(t)$ lorsque $t \rightarrow +\infty$?