

LICENCE Economie et Gestion  
2<sup>e</sup> année

Semestre 4 – Session 1 / Contrôle continu Mars 2019

Matière : Mathématiques IV

Cours : L. BRECKLE ; Travaux Dirigés : M. BERTEMES, L. BRECKLE, F. MERCIER.

Durée : 1h30

Aucun document n'est autorisé. Le barème est donné à titre indicatif.

Les calculatrices type collège (non graphiques, non programmables) sont autorisées.

Le soin, la qualité de la rédaction et la présentation sont pris en compte dans la notation.

**Partie 1 (6 points)**

Cette partie est un QCM. Vous y répondrez en mettant une croix dans la case qui convient, sur l'annexe jointe au sujet. Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. Une absence de réponse ne pénalise pas.

Soit les matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

Calculer le produit  $C = AB$ . On note  $c_{ij}$  le coefficient de  $C$  à la  $i^{\text{ème}}$  ligne et la  $j^{\text{ème}}$  colonne.

Question 1 :  $c_{1,1} = ?$

A : 2      B : 4      C : 6      D : 8      E : Autre réponse

Question 2 :  $c_{2,2} = ?$

A : 7      B : -14      C : -21      D : -28      E : Autre réponse

Question 3 :  $c_{1,2} = ?$

A : -10      B : 0      C : 1      D : 7      E : Autre réponse

Question 4 : Que vaut le déterminant de la matrice  $A$  ?

A : -32      B : 16      C : 18      D : 32      E : Autre réponse

Calculer l'inverse de la matrice  $A$ , notée  $E = A^{-1}$  et répondez aux questions suivantes :

Question 5 :  $e_{2,3} = ?$

A :  $-\frac{1}{2}$       B :  $\frac{1}{2}$       C :  $-\frac{1}{6}$       D :  $\frac{1}{6}$       E : Autre réponse

Question 6 :  $e_{3,1} = ?$

A :  $-\frac{1}{2}$       B :  $\frac{1}{2}$       C :  $-\frac{1}{6}$       D :  $\frac{1}{6}$       E : Autre réponse

### Partie 2 (4 points)

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 6 & -5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Donner l'expression de  ${}^tA$  et de  ${}^tB$ . (1 point)
2. Calculer  $AB$  puis  ${}^tB {}^tA$ . Que remarque-t-on ? (1,5 point)
3. Calculer  $A + B$  et  $BC$ . (0,5 point)
4. Calculer  $A^3$ . (1 point)

### Partie 3 (5 points)

Soit  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ . On cherche à calculer  $A^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

1. Déterminer la matrice  $B$  telle que  $A = B + 2I_3$ . (0,5 point)
2. Exprimer  $B^k$  pour tout  $k \in \mathbb{N}$ . (1,5 point)
3. En utilisant la formule du binôme (justifier pour quelle raison on peut l'appliquer), donner l'expression de  $A^n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ . (3 points)

### Partie 4 (2 points)

Soit

$$M(a) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & a & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}), \quad \text{où } a \in \mathbb{R}$$

1. Calculer, par la méthode de votre choix, le déterminant de la matrice  $M(a)$ . (1,5 point)
2. Que vaut  $\det({}^tM(a))$  ? Justifier. (0,5 point)

### Partie 5 (3 points)

1. On considère le système :

$$(S): \begin{cases} 2x - 8y = a \\ -x + 3y = b \end{cases}$$

d'inconnues  $x$  et  $y$  et de seconds membres  $a$  et  $b$ .

Résoudre le système  $(S)$ . (1,5 point)

2. Soit  $A = \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ -26 & -4 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

Trouver alors deux matrices  $X$  et  $Y$  telles que  $\begin{cases} 2X - 8Y = A \\ -X + 3Y = B \end{cases}$  (1,5 point)