

Faculté

des sciences économiques et de gestion

Université de Strasbourg

Année universitaire 2018/2019

Licence Economie Gestion 3^{ème} année. Double Licence 3^{ème} année

Semestre 5 – Session 1 - Contrôle continu Novembre 2018

Matière : Jeux et Stratégies

Enseignants : G. Umbhauer (CM), T. Betti (TD), L. Dillenseger (TD), A. Wolff (TD)

Durée : 1h30

Aucun document autorisé

Calculatrice autorisée

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif.

Exercice 1 : Equilibres de Nash en stratégies pures et mixtes (3 points)

Considérer la forme normale suivante :

	q	$1-q$	
	A2	B2	
q	A1	(2,5)	(3,2)
$1-q$	B1	(1,4)	(6,5)

- 1) Déterminer les équilibres de Nash en stratégies pures (1 point)
Justifier formellement pour un équilibre de Nash uniquement.
- 2) Déterminer les équilibres de Nash en stratégies mixtes (2 points)

Exercice 2 : Equilibre en stratégies dominées (4 points)

Considérer le jeu sous forme normale suivant :

	A2	B2	C2
A1	(73, 25)	(57, 42)	(66, 32)
B1	(80, 26)	(35, 12)	(32, 54)
C1	(28, 27)	(63, 31)	(54, 19)

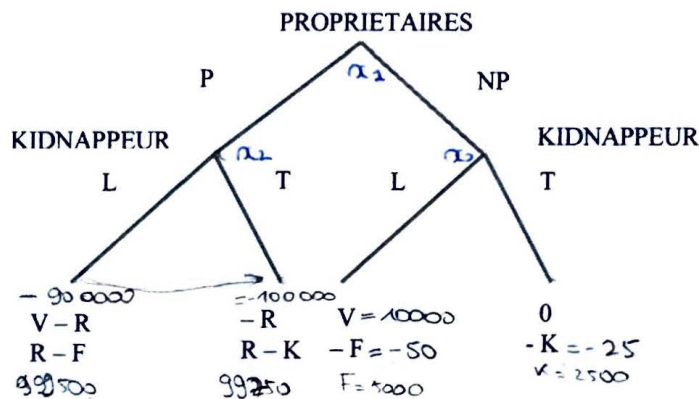
Eliminer de façon itérative les stratégies dominées (strictement et faiblement) en précisant, à chaque suppression, le degré de rationalité nécessaire à la suppression.

Justifier formellement pour une stratégie dominée uniquement.

Exercice 3 : Jeu du kidnapping (7 points)

Un individu impitoyable kidnappe un chiot et demande une rançon R à ses propriétaires, égale à 100000 euros, qui devra être payée s'ils espèrent pouvoir récupérer leur chiot. La valeur du chiot aux yeux de ses propriétaires est notée V . Dans la mesure où il n'y a aucun moyen pour les propriétaires d'être certains que le kidnappeur libérera leur chiot s'ils payent la rançon, ils n'ont d'autre choix que de le croire sur parole. Assumons que le kidnappeur subit un coût F s'il décide de libérer le chiot, et un coût K s'il décide de tuer le chiot. Ces coûts peuvent représenter des coûts psychologiques.

Cette situation peut être représentée de la façon suivante : les propriétaires décident en premier s'ils payent la rançon (P) ou non (NP), et le kidnappeur décide ensuite de libérer (L) ou de tuer (T) le chiot. Les gains des propriétaires sont déterminés en premier, et les gains du kidnappeur en second.



- 1) Décrire l'ensemble de stratégies des deux joueurs. (1 point)
- 2) Assumons que $F > K$, c'est-à-dire que le kidnappeur subit un coût plus élevé s'il libère plutôt que s'il tue le chiot. Est-ce que le profil de stratégies (P, T/P/T/NP) est un équilibre de Nash ? Expliquer. (2 points)
- 3) Assumons maintenant que $K > F$, c'est-à-dire que le kidnappeur subit un coût plus élevé s'il libère le chiot plutôt que s'il tue le chiot. Est-ce que le profil de stratégies (P, L/P/L/NP) est un équilibre de Nash ? Expliquer. (2 points)

Cette situation peut aussi être représentée à partir du jeu sous forme normale suivant :

		KIDNAPPEUR			
		L/P/L/NP	L/P/T/NP	T/P/L/NP	T/P/T/NP
PROPRI- ETAIRES	P	$(V - R, R - F)$	$(V - R, R - F)$	$(-R, R - K)$	$(-R, R - K)$
	NP	$(V, -F)$	$(0, -K)$	$(V, -F)$	$(0, -K)$

4. Assumons que $V - R > 0$, c'est-à-dire que la valeur que les propriétaires accordent au chiot est supérieure à la rançon demandée. Trouver les équilibres de Nash en stratégies pures lorsque (i) $F > K$ et (ii) $K > F$. (2 points)

EXERCICE 4 : Le tableau volé (6 points)

En 1911, la Mona Lisa de Léonard de Vinci est volée des murs du Louvre, à Paris. Un mystérieux artiste Yves Chaudron prétend détenir l'original et propose de le vendre secrètement à Edouard Dumoulin. L'œuvre achetée peut-être une contrefaçon de très bonne qualité (C) ou l'original (O). Yves peut proposer de vendre la Mona Lisa, soit à un prix haut (H) d'un million d'euros, prix estimé de l'œuvre originale, ou à un prix bas (B) de cinq cent mille euros. Edouard l'acheteur peut accepter l'offre (A) ou la refuser (R). L'acheteur ignore si l'œuvre achetée est une contrefaçon ou l'original. En revanche, Edouard et Yves connaissent la distribution de probabilités suivante ; il y a une chance sur cinq que l'œuvre achetée soit l'originale et quatre chances sur cinq d'acheter une contrefaçon.

Si Edouard accepte l'offre de Yves et que le tableau est la version originale, il reçoit un gain égal à deux millions d'euros moins le prix d'achat de l'œuvre. Si l'œuvre est une contrefaçon, il perd l'intégralité du prix d'achat.

Le gain de Yves sera égal au prix d'achat d'Edouard. Si Edouard décide de ne pas acheter l'œuvre, Yves et Edouard ont un gain égal à zéro.

1. Représenter le jeu sous forme extensive. (2 points)
2. Combien les deux joueurs ont-ils de stratégies possibles ? Préciser ces stratégies. (1 point)
3. Calculer les gains espérés de Yves et de Edouard associés aux profils de stratégies suivants : $(H/C, B/O, A/H, R/B)$, $(B/C, H/O, R/H, A/B)$ et $(H/C, B/O, A/H, A/B)$. (3 points)