Faculté
des **sciences économiques** et de **gestion**
Université de Strasbourg

**Année universitaire 2019/2020**

**LICENCE Economie et Gestion**
**Double Licence Langues Etrangères Appliquées-Economie**
**1ère année**

**Semestre 1 – Session 1 / Contrôle terminal / Janvier 2020**

**Matière : MATHEMATIQUES I ( Sandrine SPAETER-LOEHRER / Brigitte GODBILLON )**

**Durée : 2h00**

**Aucun document autorisé**
**Calculatrice non programmable autorisée**

---

EXERCICE 1 (7 points)

Pour chaque question et sous-question de cet exercice, une seule réponse est correcte.
Chaque réponse juste rapporte 1 point ; chaque réponse fausse enlève 1 point.
L'absence de réponse (aucune des deux cases cochée) ne rapporte ni n'enlève de point.
Un total négatif de points sur cet exercice est ramené à zéro.

**Donnez vos réponses dans la grille de réponses qui figure en Annexe** de ce sujet en mettant une croix par ligne dans l'unique case correspondant à votre réponse si vous décidez de répondre.
**N'oubliez pas de rendre cette Annexe** dans votre copie d'examen et d'y apposer votre numéro d'étudiant et numéro de place (pas de nom!).

Question 1. (1 point)
La valeur de la limite suivante $\lim_{x\to-\infty} 4x+\sqrt{16x^2+4}$ est

| | |
|---|---|
| A) $-\infty$ | B) $0$ |

Question 2. (1 point)
La valeur de la limite suivante $\lim_{x\to-1} \frac{2x^2+10x+8}{3x+3}$ est

| | |
|---|---|
| A) $2$ | B) $-\frac{2}{3}$ |

Question 3. (1 point)

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2-3x+5}{x+1}$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ; sa dérivée $f'(x)$ est

| | |
|---|---|
| A) $1 - \frac{9}{(x+1)^2}$ | B) $\frac{x^2-2x+8}{(x+1)^2}$ |

Question 4. (1 point)

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^3-3x^2-6x+8}{x^2+2x}$ et le résultat suivant : $f'(1) = -3$ .
L'équation de la tangente à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 1 est donnée par:

| | |
|---|---|
| A) $y = -3x$ | B) $y = -3x + 3$ |

Question 5. (1 point)

Soit la fonction $f(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^3}$ définie sur $\mathbb{R}^*$ , calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f(1)$;
qu'en concluez vous ?

| | |
|---|---|
| A) Il existe $x_0 \in \left]\frac{1}{2}\,;1\right[$ tel que $f'(x_0) = 0$ | B) Il existe $x_0 \in \left]\frac{1}{2}\,;1\right[$ tel que $f(x_0) = 0$ |

Question 6.

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{e^{2x}}$ définie sur $\mathbb{R}$

Sous-question 6.1. (1 point)
Cette fonction est

| | |
|---|---|
| A) strictement convexe sur $\mathbb{R}$ | B) strictement concave sur $\mathbb{R}$ |

Sous-question 6.2. (1 point)
On peut alors affirmer que cette fonction

| | |
|---|---|
| A) admet au moins un maximum global sur $\mathbb{R}$ | B) admet au plus un minimum global sur $\mathbb{R}$ |

EXERCICE 2 (6 points)

1) Etablir le développement limité d'ordre 1 de $ln(1-x)$ au voisinage de 0.

2) Etablir le développement limité d'ordre 1 de $x \cdot (1+x)$ au voisinage de 0.

3) En utilisant les développements limités des questions 1) et 2), calculer la limite suivante:

$$\lim_{x \to 0} \frac{ln(1-x)}{x \cdot (1+x)}$$

4) Vérifier votre résultat en recourant à la règle de l'Hôpital pour calculer cette limite.

EXERCICE 3 (7 points)

Une entreprise produit un bien qu'elle vend au prix de marché $p = 150$ euros par unité de bien, prix fixe qui s'impose à elle.
Pour la production de ce bien, elle supporte des coûts exprimés par la fonction suivante:
$C = C(q) = \frac{q^3}{27} - 10 \cdot \frac{q^2}{3} + 150 \cdot q + 20$ pour $q \geq 0$ , quantité de biens produits.

1) Ecrire la fonction de profit $\Pi(q)$ exprimée en fonction des quantités $q \geq 0$ de biens vendus, tous les biens produits étant supposés vendus.

2) Quelle quantité de biens $q \geq 0$ permet à l'entreprise de maximiser son profit, si l'entreprise pour des raisons techniques ne peut produire au plus que 50 unités de biens?

Vous répondrez à cette question 2) **sans faire l'étude du sens de variation de la fonction de profit** mais en utilisant les propriétés des extrema (condition nécéssaire et/ou suffisante, candidats à être extrema, extrema des fonctions continues sur un intervalle borné, fermé); **l'ensemble du raisonnement devra être pleinement explicité.**