Faculté
des sciences économiques et de gestion
Université de Strasbourg

Année universitaire 2019/2020

LICENCE 2ème année Economie et Gestion
Semestre 3 – Session 1 / Contrôle continu / Novembre 2019

Probabilités et statistique III. Durée : 1h30
COURS : M. J. EL OUARDIGHI ; TD : MME L. DILLENSEGER; M. A-L. MAHIEU, H.A. NAFI AMIR ; MME D. ZAPAROVA;
Documents autorisés : le formulaire de probabilités et tables statistiques. **Calculatrice :** autorisée.
Barème indicatif : I. 1+1+1+2+2= 7 points. II. 1+2+3+1= 7 points. III. 1+1+1+1+2= 6 points.

Sujet

I. Considérons le couple de variables aléatoires (X,Y) dont la loi de probabilité est définie ci-dessous :

Y \ X	0	1	2
1	0.1	0.2	0.3
2	0.05	0.15	0.2

I.1. Déterminer les lois marginales de X et Y. Donner une interprétation à une valeur de la loi marginale.
I.2. Donner l'expression des espérances $E(X)$ et $E(Y)$. Calculer ces dernières.
I.3. Déterminer si X et Y sont indépendants sans recours au calcul de la covariance.
I.4. Donner l'expression de la covariance, notée $Cov(X,Y)$. Calculer cette dernière et commenter.
I.5. Déterminer la loi conditionnelle de Y/X. Calculer $E(Y/X)$ et $V(Y/X)$.

II. Une firme fabrique en grande série des pièces susceptibles de présenter deux défauts A et B. Des études ont montré que 5 % des pièces présentent le défaut A, 4 % le défaut B et 1 % les deux défauts. On prélève au hasard une pièce dans la production. On note X l'événement 'la pièce présente le défaut A' et Y l'événement 'la pièce présente le défaut B'.
II.1. Calculer la probabilité de l'événement 'la pièce prélevée présente au moins un défaut'. Déduire ensuite la probabilité de l'événement 'la pièce prélevée ne présente aucun défaut'.
II.2. Un lot de 100 pièces est prélevé dans la production. Soit Z la variable aléatoire 'nombre de pièces du lot sans défaut'. ***(i)*** Quelle est la loi de probabilité de Z ? ***(ii)*** Calculer $E(Z)$ et $V(Z)$.
II.3. Soit W la variable aléatoire correspondant à l'événement 'nombre de pièces du lot avec au moins un défaut'. ***(i)*** Quelle est la loi de W ? donner ses paramètres. ***(ii)*** On souhaite calculer la probabilité $P[W=1]$. Le calcul exact avec la loi de W donne $P[W=1] \cong 0.00208$. Par quelle loi discrète peut-on approximer la loi de W ? justifier votre réponse. ***(iii)*** Calculer ensuite avec la loi approximée $P[W=1]$.
II.4. Soit la variable aléatoire U correspondant au nombre de pièces sans défaut avant l'apparition de la 1ère pièce avec un défaut au cours d'un nombre infini d'épreuves indépendantes. Quelle est la probabilité pour que la 3ème pièce prélevée soit la première à présenter un défaut ?

III. Soit f une fonction à valeurs dans $\Re$ définie par : $f: x \to \begin{cases} c(1+x^2) & \text{si } x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
III.1. Déterminer c pour que f soit une densité de probabilité.
III.2. Déterminer la fonction de répartition, notée $F(x)$.
III.3. Calculer $P(X > 0.12)$.
III.4. Calculer l'espérance mathématique de X, notée $E(X)$.
III.5. Donner l'expression de la variance $V(X)$ et calculer cette dernière.