Faculté
des **sciences économiques** et de **gestion**
Université de Strasbourg

Année universitaire 2022/2023

Licences 2ème année - Semestre 4 – Session 1

Licence Economie et Gestion
Licence Sciences pour la Santé
Double Licence Mathématiques & Economie et Gestion
Double Licence Langues Etrangères Appliquées & Economie et Gestion

Contrôle continu (CC) - Mars 2023

Matière : Probabilités et statistiques IV

COURS : M. J. EL OUARDIGHI
TD : F. DESTANDAU ; B. KOEBEL ; A-L. MAHIEU ; H.A. NAFI ; V. TESLENKO

Durée : 1h30

Documents autorisés : tables statistiques et formulaire

Calculatrice de type collège (non graphique, non programmable) autorisée

RÉPONDRE EXCLUSIVEMENT SUR LA COPIE NOMINATIVE D'EXAMEN

barème indicatif : ex 1 : 1+2+3+1 et ex 2 : 2+1+2+2+2+1+1+2

Exercice 1

Les erreurs de tri des déchets ménagers sont coûteuses pour une communauté de communes, puisqu'elles génèrent des heures de travail supplémentaires pour retrier les déchets avant leur destination finale.

Une campagne de sensibilisation est donc envisagée pour améliorer la qualité du tri. Cette campagne coûte 2 000 euros par quartier. Si cette campagne marche (Hypothèse H_0), le gain brut par quartier est en moyenne de 3 000 euros (économies faites sur le tri supplémentaire), contre 0 euro si elle ne marche pas (Hypothèse H_1).

Cet effet de la campagne de sensibilisation est régi par une loi normale d'écart type 5.

1. La communauté de communes choisit de baser son choix de lancer ou non la campagne de sensibilisation en utilisant la méthode de Bayes. Quels sont les coûts (ou gains) moyens par quartier pour chaque décision et chaque hypothèse ? Reproduire le tableau ci-dessous en précisant s'il s'agit des coûts ou des gains.

			Etat de la nature	
			La campagne fonctionne H_0	La campagne ne fonctionne pas H_1
Décision	D_0	La campagne est lancée		
	D_1	La campagne n'est pas lancée		

2. Avec cette méthode de Bayes, la communauté de communes décide-t-elle de généraliser la campagne de sensibilisation pour un meilleur tri sur l'ensemble des quartiers, si elle pense a priori que la campagne a une chance sur deux de marcher ?
3. En révisant ces probabilités (probabilités a posteriori) à l'aide des résultats d'une campagne de sensibilisation test sur 4 quartiers (x_1 , x_2 , x_3 , x_4), quelle est la règle de décision de la communauté de communes pour généraliser ou non la campagne ? (expliciter les étapes de raisonnement permettant de déterminer la variable de décision)
4. Quelle sera la décision si la campagne test donne les résultats suivants : 4 000 ; 1 000 ; 2 000 ; 3 000 ?

Exercice 2

Une personne adulte devrait consommer environ 2000 kcal (kilo-calories) par jour pour éviter la dénutrition. Dans un échantillon de rations quotidiennes servies dans 25 cantines de l'entreprise Paréo, l'apport calorique observé est en moyenne de $\bar{x}=1700$ kcal et l'écart-type corrigé est $s'=529{,}80$. Nous supposons que les apports caloriques se distribuent normalement d'une ration quotidienne à l'autre au sein de l'échantillon.

Pour tout l'exercice :
- vous n'envisagerez que des tests unilatéraux
- vous présenterez de façon explicite les étapes de votre raisonnement
- sauf indication contraire, le seuil d'erreur ou de risque à considérer est de 5%

1 Construire la région critique en justifiant le choix de la statistique de décision.

2 Les résultats permettent-ils ou non de rejeter l'hypothèse selon laquelle l'entreprise donne bien des rations quotidiennes offrant, en moyenne, 2000 kcal par jour ?

3 Un journaliste fait une enquête au sein des cantines de l'entreprise Paréo. Il estime que l'apport calorique est en moyenne plus faible que celui de l'échantillon et annonce une moyenne théorique $\mu=1600$, que nous utiliserons comme hypothèse alternative. Calculer la puissance du test dans ce cas.

4 Les agences de santé souhaitent faire une vérification plus large, à l'aide d'un échantillon plus grand de taille $n=102$. Les autres paramètres en sont modifiés, à savoir $\bar{x}=1790$ kcal, et $s'=709{,}32$

4.1 Calculer la probabilité critique (p-value), en justifiant le choix de la statistique de décision.

4.2 Les résultats permettent-ils ou non de rejeter l'hypothèse selon laquelle l'entreprise donne bien des rations quotidiennes offrant, en moyenne, 2000 kcal par jour ?

4.3 Calculer la région critique.

4.4 Calculer la puissance du test pour $\mu_1=1600$

5 Augmenter la taille de l'échantillon coûte cher. Peut-être qu'il n'était pas nécessaire de constituer un échantillon de 102 rations. Calculer la taille de l'échantillon qu'il aurait fallu constituer si une puissance de test de 99,865 % suffisait.