



**Année universitaire 2022/2023**  
**Licences 1<sup>ère</sup> année - Semestre 1 – Session 1**

Licence Economie et Gestion  
Double Licence Mathématiques & Economie et Gestion  
Double Licence Langues Etrangères Appliquées & Economie et Gestion

**Contrôle continu (CC) - Octobre 2022**

**Matière : Mathématiques I**

**Enseignant(e) : Sandrine Spaeter-Loehrer et Claire Mouminoux**

**Durée : 1h30**

**Aucun document autorisé**

**Calculatrice de type collègue (non graphiques, non programmables)  
autorisée**

**Il ne faut pas rendre le sujet ni les brouillons.**

**Il faut rendre une copie propre, soignée et bien écrite.**

**Les réponses doivent être justifiées.**

**REPONDRÉ EXCLUSIVEMENT SUR LA COPIE NOMINATIVE  
D'EXAMEN**

---

### Exercice 1 (4 points)

Simplifiez les expressions suivantes autant que possible en détaillant les étapes.  
On ne tiendra pas compte des conditions d'existence.

$$A = \frac{8x^3}{4-x^2} \frac{4x}{2+x}$$

$$B = \frac{x-2}{x^2+x-6} - \frac{1}{x+3}$$

$$C = \frac{4Q^{\frac{3}{2}}\sqrt{Q}}{Q^3}$$

$$D = 0,0016^{-\frac{1}{4}}$$

### Exercice 2 (6 points)

1. Déterminez l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2+1}}$

b)  $g(x) = \ln(-x^2 + 3x - 2)$

c)  $h(x) = \frac{x+3}{x^2-5x+6}$

2. Considérons les fonctions  $f(x) = \sqrt{x(x-2)}$  et  $g(x) = x^2 + 3$

Donnez le domaine de définition de  $f$ ,  $g$  et  $f \circ g$  puis déterminez l'expression simplifiée de  $f \circ g$ .

### Exercice 3 (5 points)

Rappels:

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, \quad x_1^3 - x_2^3 = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)$$

On dit qu'une fonction  $f$  est croissante sur un intervalle  $I$  si  $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

On dit qu'une fonction  $f$  est décroissante sur un intervalle  $I$  si  $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

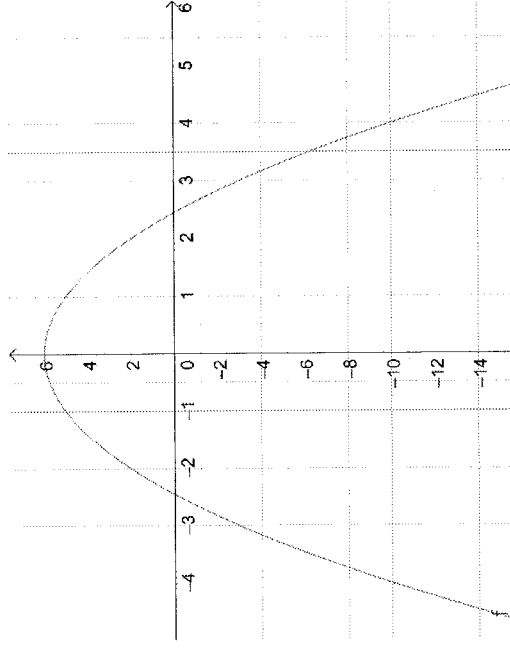
1) En utilisant le rappel ci-dessus, étudiez la monotonie des fonctions suivantes sur  $\mathbb{R}$ .

a)  $f(x) = -x^2 + 4$

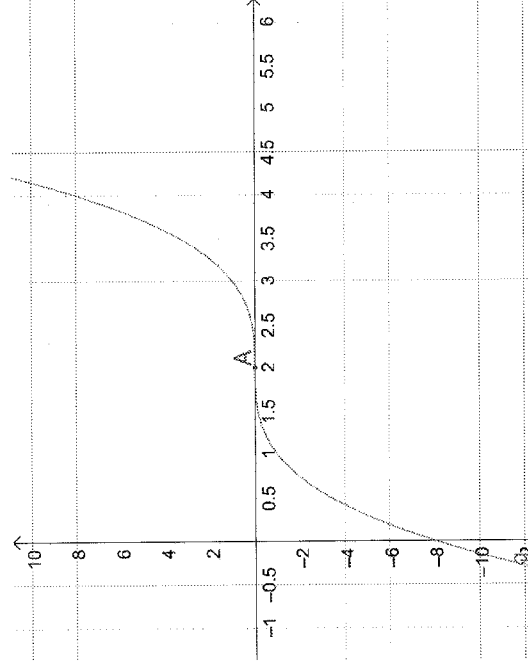
b)  $g(x) = (x + 2)^3$

2) Par lecture graphique, déterminez la parité et la convexité des fonctions suivantes.

a) Courbe d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$



b) Courbe d'une fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$



### Exercice 4 (5 points)

Une entreprise fabrique et vend des puzzles. On note  $q$  le nombre de puzzles produits par jour. Chaque puzzle est vendu à un prix unitaire de 25 euros.

Les coûts fixes, notés  $CF$ , sont d'un montant de 1500 euros et les coûts variables, en euro, liés à la production de  $q$  puzzles sont définis par la fonction :

$$CV(q) = 0,05q^2 + 5q$$

1. Déterminez la fonction de coût (en euro), notée  $C(q)$ , liée à la production de  $q$  puzzles.
2. Calculez le coût de production pour la fabrication de 100 puzzles.
3. Montrez que le profit réalisé par la fabrication et la vente de  $q$  puzzles est donné par la fonction  $\Pi$  définie par :

$$\Pi(q) = -0,05q^2 + 20q - 1500$$

4. Déterminez les quantités de puzzles à fabriquer et à vendre pour que l'entreprise réalise un profit **positif** (ou nul).
5. Soit  $q \in ]0; 100[$ , l'entreprise a-t-elle intérêt à produire et vendre  $q$  puzzles ? Justifiez économiquement.