

Année universitaire 2021/2022 – LICENCES 3ème année

Licence Economie et Gestion
Double Licence Mathématiques-Economie
Double Licence Langues Etrangères Appliquées-Economie

Semestre 5 – Session 1 / Contrôle continu (CC) - Novembre 2021

Matière : Jeux et Stratégies (G. UMBHAUER, I. MITROUCHEV, M. SOURY, A. WOLFF)

Durée : 1h30

Aucun document autorisé
Calculatrice non-autorisée

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (3.5 points)

On suppose que le Covid a muté en une espèce inoffensive et que les voyages ont repris. Deux étudiants sont donc partis en train, avec la SNCF (Société Nationale des Chemins de fer Français), mais des chiens renifleurs de drogue et engins explosifs ont malheureusement bavé sur leurs sacs de voyage, les rendant inutilisables. La SNCF propose de rembourser les deux sacs avec la règle de remboursement suivante :

Chaque étudiant doit demander un montant en euros, 15, 20, 25 ou 30, sans connaître le montant proposé par l'autre étudiant. La compagnie compare les deux montants proposés et rembourse à chaque étudiant le montant le plus faible demandé.

Par exemple :

- Si l'étudiant 1 demande 20 et l'étudiant 2 demande 30, ils auront tous les deux 20 euros.
- Si les deux étudiants demandent 20, ils auront chacun 20 euros.

1) Ecrivez le jeu sous forme normale. (1.5 points)

2) Que pouvez-vous dire en ce qui concerne les stratégies strictement et/ou faiblement dominées ? Justifiez rapidement. Quelle stratégie résiste à l'élimination (au besoin itérative) des stratégies dominées ? (2 points)

Exercice 2 (4.5 points)

Le contexte est le même que celui de l'exercice 1, mais la SNCF a décidé de changer de règle de remboursement.

Chaque étudiant doit demander un montant, 15, 20, 25 ou 30, sans connaître le montant proposé par l'autre étudiant. La compagnie compare les deux montants proposés :

- Si les deux montants sont identiques, elle rembourse à chaque étudiant le montant demandé.
- Si les deux montants sont différents, la SNCF rembourse à chaque étudiant le montant le plus faible demandé. Mais elle offre un montant additionnel de 7 à l'étudiant qui a demandé le plus petit montant.

Par exemple :

- Si les deux étudiants demandent le montant 20, ils auront chacun 20 euros.
- Si l'étudiant 1 demande 20 alors que l'étudiant 2 demande 30, l'étudiant 1 aura 27 euros (20+7) et l'étudiant 2 aura 20 euros.

- 1) Ecrivez le jeu sous forme normale. (2 points)
- 2) Eliminez de manière itérative les stratégies strictement/ou faiblement dominées. Justifiez rapidement. Quelle(s) stratégie(s) résistent à l'élimination itérative des stratégies dominées ? L'ordre d'élimination peut-il avoir un impact sur les stratégies restantes ? (2.5 points)

Exercice 3 (4 points)

La règle de remboursement reste la même que dans l'exercice 2, mais le jeu se joue de manière séquentielle et l'étudiant 1 ($J1$) ne peut proposer que 3 montants, 20, 25 et 30 (l'étudiant 2 ($J2$) pouvant proposer les 4 montants 15, 20, 25 ou 30). L'étudiant 1 commence par demander un montant. Puis l'étudiant 2 observe ce montant et propose à son tour un montant inférieur ou égal à celui demandé par l'étudiant 1.

Ce jeu est représenté dans la Figure 1.

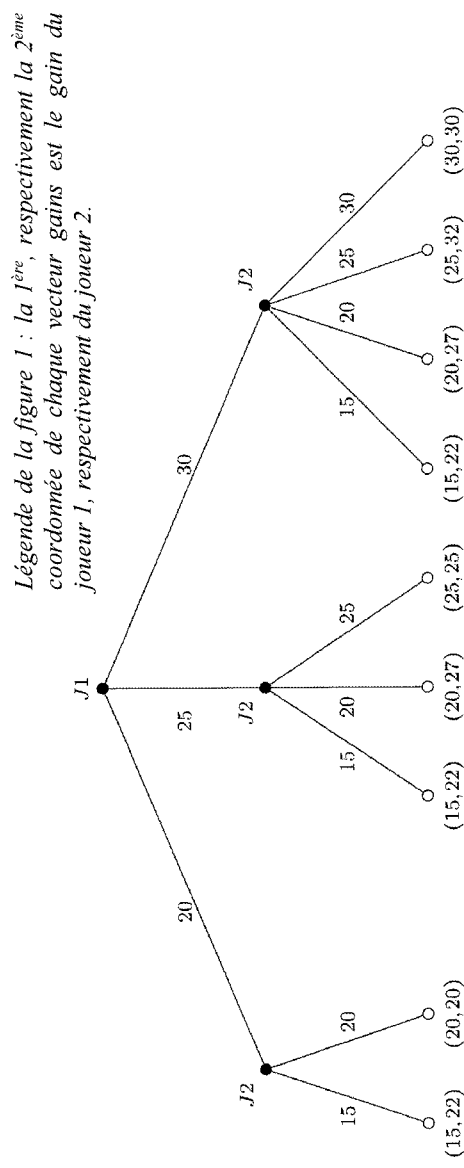


Figure 1

- 1) Quel type d'information caractérise ce jeu ? (0.5 point)
- 2) Quel est le nombre de stratégies pures de l'étudiant 1 ? (0.5 point)
- 3) Quel est le nombre de stratégies pures de l'étudiant 2 ? Donnez un exemple de stratégie pure de l'étudiant 2. (1 point)
- 4) D'après vous, vaut-il mieux pour les étudiants jouer le jeu de façon séquentielle ou de façon simultanée (c'est-à-dire comme dans l'exercice 2) ? Justifiez. (2 points)

Exercice 4 (6 points)

Cette fois, il n'y a plus qu'un étudiant dont le sac est abîmé et qui va se faire rembourser par la SNCF. Ce sac, avant d'être abîmé, était de valeur haute H, ou de valeur basse, B. L'étudiant connaît la valeur de son sac mais pas la SNCF. La SNCF dispose toutefois d'une information a priori, qui est connaissance commune, et accorde ainsi une probabilité 0.3 au fait que la valeur du bagage est haute et 0.7 au fait que la valeur du sac est basse. D'où la Nature commence le jeu, en jouant H et B avec les probabilités 0.3 et 0.7. Puis l'étudiant demande un montant 15 ou 30 pour son sac (15 étant la valeur d'un sac de basse qualité et 30 la valeur d'un sac de haute qualité). La SNCF observe ce montant et peut soit accepter (action A) de rembourser le sac à ce prix, soit refuser de rembourser (action R). Le jeu s'arrête sur cette décision. Les gains sont les suivants :

L'étudiant a un gain nul en cas de refus de remboursement, un gain de 0.5 en cas de remboursement à une valeur inférieure du sac, un gain de 0.75 en cas de remboursement à la valeur du sac, un gain de 1 en cas de remboursement à un prix supérieur à la valeur du sac.

La SNCF a un gain nul en cas de refus de remboursement à un prix inférieur ou égal à la valeur du sac. Elle a également un gain nul en cas d'acceptation de remboursement à un prix supérieur à la valeur du sac. Elle a un gain de 0.5 en cas de remboursement à la juste valeur du sac et un gain de 1 dans les deux cas suivants : le remboursement à un prix inférieur à la valeur du sac et le refus de remboursement à un prix supérieur à la valeur du sac.

- 1) Représentez le jeu sous forme extensive. (2 points)
- 2) Quel type d'information caractérise ce jeu ? (1 point)
- 3) Donnez l'ensemble de stratégies pures de l'étudiant et de la SNCF. (2 points)
- 4) Calculez le gain espéré, pour les deux joueurs, associé au profil de stratégies suivant : L'étudiant demande 30 si la valeur du sac est haute (H), et demande 15 si la valeur du sac est basse (B), et la SNCF accepte (A) de rembourser si l'étudiant demande 15, mais refuse (R) de rembourser si l'étudiant demande 30. (1 point)

Exercice 5 (2 points)

Soit le jeu suivant sous forme normale :

	Joueur 2		
	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>A</i>	(0, 3)	(4, 7)	(3, 3)
<i>B</i>	(9, 2)	(6, 1)	(2, 1)
<i>C</i>	(3, 6)	(8, 4)	(1, 5)

Démontrez que la stratégie F pour le Joueur 2 est strictement dominée. (2 points)