Faculté
des sciences économiques et de gestion
Université de Strasbourg

Année universitaire 2021-2022

N° étudiant : [redacted]   N° anonymat : ___________

LICENCE 1ère ANNEE
Licence Economie et gestion
Double Licence Langues Etrangères Appliquées – Economie et gestion
Semestre 1 – Session 1 / Contrôle terminal / Janvier 2022

Matière : Mathématiques 1 **(Mme Mouminoux et Mme Spaeter-Loehrer)**

Durée : 2h00

Aucun document autorisé
Calculatrices de type collège (non graphiques, non programmables) autorisées

REPONDRE SUR LE SUJET (Exercice 1) ET SUR LA COPIE D'EXAMEN (Exercice 2 et 3)

Exercice 1 : Questions à Choix Multiples (QCM) (8 points)

Une seule bonne réponse possible (1 point par bonne réponse, pas de points négatifs). Répondre SUR la grille de réponses, disponible en fin de sujet, **ET LA JOINDRE A VOTRE COPIE avec votre numéro d'anonymat et/ou d'étudiant.**

Question 1.
La valeur de la limite suivante $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2}$ est :

A.	B.	C.	D.
$+\infty$	$-\infty$	0	Aucune des réponses proposées

Question 2.
La valeur de la limite suivante $\lim\limits_{x \to -1} \frac{6x^2+2x-4}{2x+2}$ est :

A.	B.	C.	D.
0	$+\infty$	-5	4

Question 3.
Soit la fonction $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ et la fonction $g(x) = x^2 - 1$ définie sur $\mathbb{R}$. La fonction composée $h(x) = fog(x)$ s'écrit :

A.	B.	C.	D.
$\frac{1}{(x^2-2)}$ et est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2^{1/2};2^{1/2}\}$	$\frac{x^2-1}{x^2(x^2-2)}$ et est définie sur $\mathbb{R}^*\backslash\{-2^{1/2};2^{1/2}\}$	$\frac{x-1}{x^2(x+1)}$ et est définie sur $\mathbb{R}^*\backslash\{-1\}$	$\frac{x^2-1}{(x^3-2x)}$ et est définie sur $\mathbb{R}^*\backslash\{-2^{1/2};2^{1/2}\}$

Question 4.
Soit la fonction $f(x) = \frac{2x^2+5x}{e^x}$, définie sur $\mathbb{R}$. $f'(x)$ est égale à :

A.	B.	C.	D.
$\frac{-2x^2-x+5}{e^x}$	$\frac{2x^2+9x+5}{e^x}$	$-2x^2-x+5$	$\frac{(4x+5)}{e^x}$

Question 5.
Soit la fonction $f(x) = 3\ln(x)$. Sur quel intervalle la fonction $f(x)$ est-elle continue et dérivable ?

A.	B.	C.	D.
$\mathbb{R}^*$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^{+*}$

Question 6.
Soit la fonction $f(x) = -5x^2 + 10x - 3$. Laquelle de ces propositions est vraie et la plus complète?

A.	B.	C.	D.
f admet un maximum global strict sur $\mathbb{R}$	f admet un maximum local strict sur $\mathbb{R}$	f admet un minimum local strict sur $\mathbb{R}$	f admet un minimum global strict sur $\mathbb{R}$

Question 7.
Soit la fonction $f(x) = \ln(x-1)$. Laquelle de ces propositions est vraie et la plus complète?

A.	B.	C.	D.
f n'admet pas d'extremum sur $[2;10]$	f admet un maximum global et un minimum global sur $[2;10]$	f admet un maximum global mais pas de mininum global $[2;10]$	Aucune des réponses proposées

Question 8 :
Que vaut $\int_1^2 x\, ln(x)\, dx$? Aidez-vous de l'intégration par parties.

A.	B.	C.	D.
$-\frac{1}{2}$	$2\ln(2)$	$2\ln(2) - \frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

Exercice 2 : (7,5 points)

Une entreprise souhaite maximiser son profit. Le prix unitaire p auquel elle peut vendre q unités du bien est donné par la fonction de demande qui s'adresse à elle : $p(q) = 20500 - 10q$. Pour pouvoir produire, elle investit dans une machine qui lui coûte 10 000 Euros. Par ailleurs, la production de chaque unité de bien lui coûte 500 Euros en plus.

Vous répondrez aux question 2) et 3) en utilisant les propriétés des extrema (condition nécéssaire et/ou suffisante, candidats à être extrema, extrema des fonctions continues sur un intervalle borné, fermé); **l'ensemble du raisonnement devra être pleinement explicité**.

1) Donnez l'expression de la fonction de profit $\Pi(q)$ exprimée en fonction des quantités $q \geq 0$ de biens vendus. (1,5 points)

2) Quelle quantité de biens $q \geq 0$ permet à l'entreprise de maximiser son profit si elle n'est pas limitée dans sa capacité de production ? A quel prix unitaire vend-elle ces biens ? Que vaut le profit au maximum ? (3 points)

3) Quelle quantité de biens $q \geq 0$ permet à l'entreprise de maximiser son profit si l'entreprise pour des raisons techniques ne peut produire au plus que 90 unités de biens ? Que vaut alors le profit maximum ? (3 points)

Exercice 3 : Calcul de surplus (4,5 points)

Plaçons-nous sur un marché ou une quantité de biens q, mesurée en tonnes, s'échange au prix unitaire p (donc prix par tonne). Ce marché est caractérisé par une fonction de demande $D(q) = 90 - 9q^2$ et une fonction d'offre $S(q) = q^2$.

1) Déterminez le prix d'équilibre $p^* > 0$ et la quantité $q^* > 0$ échangée à l'équilibre du marché de ce bien. Au final, combien de tonnes seront vendues et à quel prix. (1,5 points)

2) Calculez le surplus des producteurs et le surplus des consommateurs à l'équilibre (p^*, q^*) défini à la question 1). Faites une représentation graphique. (3 points)