Faculté
des **sciences économiques** et de **gestion**
Université de Strasbourg

Année Universitaire 2021/2022
Licence Economie et Gestion, L2-S3

**UE Techniques quantitatives**

**Examen : Probabilités et statistique III – Session 1** – Janvier 2022

*Durée de l'épreuve* : **2h00.** Enseignant : M. EL OUARDIGHI
*Documents autorisés* : le formulaire de probabilités et tables statistiques.
*Les calculatrices* type collège, non programmables et non graphiques, sont *autorisées.*
*Barème indicatif* : **I.** 4 points. **II.** 6 points. **III.** 10 points.
*Temps moyen indicatif* : **I.** 15mn. **II.** 30mn. **III.** 45mn.

---

**Notes et consignes importantes**

(i) Trois exercices notés respectivement I. II. et III. sont proposés pour un total de 20 questions types QCM numérotées de 1 à 20. Chaque réponse est notée sur 1 point. NB. **Une seule réponse est valide**. Pour les questions qui ne proposent que 3 choix possibles, une réponse fausse enlève 0.5 point, la réponse 'Je ne sais pas' n'enlève aucun point.
(ii) Vos réponses doivent figurer uniquement sur le «formulaire type 9» en respectant les consignes (cf. en particulier la dernière page du sujet). **Seul le formulaire type 9 est à remettre.**

## Sujet

**I.** Un bureau de vote comporte une urne contenant 1329 bulletins. 5% sont déclarés nuls. Soit $X$ la variable aléatoire égale au nombre de bulletins nuls dans un échantillon de 94 bulletins tirés au hasard.

**1.** Quelle est la loi de $X$ ?
- A/ Loi uniforme discrète
- B/ Loi de Bernoulli
- C/ Loi binomiale
- D/ Loi hypergéométrique
- E/ Loi de Poisson
- F/ Loi multinomiale

**2.** Par quelle première loi discrète vous pouvez approximer la loi de $X$, notons cette loi par $Y$ ?
- A/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de Bernoulli
- B/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de Poisson
- C/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de multinomiale
- D/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de Hypergéométrique
- E/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de uniforme discrète
- F/ $X \sim Y$ où $Y$ est une loi de Binomiale

**3.** Par quelle loi discrète vous pouvez approximer la loi précédente $Y$, notons cette loi $Z$ ?
- A/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de Binomiale
- B/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de Bernoulli
- C/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de Poisson
- D/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de Hypergéométrique
- E/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de uniforme discrète
- F/ $Y \sim Z$ où $Z$ est une loi de multinomiale

**4.** Utiliser l'approximation précédente pour vérifier que la probabilité $P(Z \leq 2)$ est égale à :

A/ 0.053
B/ 0.153
C/ 0.253
D/ 0.353
E/ 0.453
F/ 0.553
G/ 0.665

**II.** Soient $n$ observations $\{x_1, \dots, x_n\}$ d'un caractère qui peut être modélisé par une loi de probabilité définie par $P[X = x] = \theta^x(1-\theta)^{1-x}$ avec $x \in \{0; 1\}$. Considérons les réalisations: $x_1 = 0$ ; $x_2 = 1$ ; $x_3 = 1$ ; $x_4 = 0$ ; $x_5 = 0$ ; $x_6 = 0$ ; $x_7 = 1$ ; $x_8 = 1$ ; $x_9 = 0$ et $x_{10} = 0$ .

**5.** L'estimateur par la méthode des moments du paramètre $\theta$, noté $\hat{\theta}_{MM}$, est :
A/ $\hat{\theta}_{MM} = 10\bar{x}$
B/ $\hat{\theta}_{MM} = 4\bar{x}$
C/ $\hat{\theta}_{MM} = 6\bar{x}$
D/ $\hat{\theta}_{MM} = \bar{x}$
E/ $\hat{\theta}_{MM} = \bar{x}/10$
F/ $\hat{\theta}_{MM} = \bar{x}/6$
G/ $\hat{\theta}_{MM} = \bar{x}/4$

**6.** La fonction log-vraisemblance, notée $lnL(x_1, \dots, x_n; \theta)$, peut s'écrire sous la forme suivante : $lnL(x_1, \dots, x_n; \theta) = n[\bar{x}\ln(\theta) + \ln(1-\theta) - \bar{x}\ln(1-\theta)]$.
A/ Vrai
B/ Faux
C/ Je ne sais pas

**7.** L'estimation ponctuelle du maximum de vraisemblance du paramètre $\theta$ est égale à :
A/ $\hat{\theta}_{MV} = 0.04$
B/ $\hat{\theta}_{MV} = 0.4$
C/ $\hat{\theta}_{MV} = 1.04$
D/ $\hat{\theta}_{MV} = 1.6$
E/ $\hat{\theta}_{MV} = 2.4$
F/ $\hat{\theta}_{MV} = 4.4$

**8.** Nous pouvons montrer que l'estimateur du maximum de vraisemblance du paramètre $\theta$ obtenu précédemment est :
A/ Un estimateur sans biais, convergent et efficace.
B/ Un estimateur sans biais, convergent mais non efficace.
C/ Un estimateur sans biais et efficace mais non convergent.
D/ Un estimateur biaisé, convergent et efficace.
E/ Un estimateur biaisé, non convergent mais efficace.
F/ Un estimateur biaisé, mais efficace et convergent
G/ Aucune réponse n'est correcte

**9.** La valeur de la fonction de vraisemblance est de l'ordre de :
A/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 0.00012$
B/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 0.0012$
C/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 0.012$
D/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 0.12$
E/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 1.2$
F/ $L(x_1, \dots, x_n; \hat{\theta}) = 12$

**10.** L'intervalle de confiance à 95% pour l'estimateur $\hat{\theta}_{MV}$ est égal à :

A/ [0.096 ; 0.704]
B/ [0.755 ; 0.949]
C/ [0.815 ; 1.251]
D/ [1.453 ; 1.885]
E/ [2.251 ; 2.687]
F/ [4.265 ; 4.601]
G/ [-0.155 ; 0.149]

**III.** Soit le modèle linéaire simple $C_t = \alpha + \beta P_t + \epsilon_t$ où $C_t$ est le coût journalier relatif à des pannes, notée $P_t$, des machines d'une chaine de production industrielle. Les résultats des observations d'un épisode de production de 75 jours montrent que le coût moyen est de l'ordre de 99 avec un écart-type de 8 et le nombre moyen de pannes est de 1.9 avec un écart-type de 1.2.

**11.** La somme des carrés résiduelle SCR=623, il s'ensuit que la somme des carrés expliquée, SCE, est de l'ordre de :

A/ SCE = 4150
B/ SCE = 4177
C/ SCE = 4250
D/ SCE = 4277
E/ SCE = 4350
F/ SCE = 5000

**12.** Le coefficient de détermination est de l'ordre de :

A/ $R^2$ = 53%
B/ $R^2$ = 65%
C/ $R^2$ = 73%
D/ $R^2$ = 79%
E/ $R^2$ = 87%
F/ $R^2$ = 95%
G/ $R^2$ = 99%

**13.** Interprétation du coefficient de détermination calculé précédemment.

A/ Le coefficient de détermination mesure la part de la variabilité des coûts qui est expliquée par les pannes.

B/ Le coefficient de détermination mesure le degré de liaison entre le coût journalier et les pannes.

C/ Le coefficient de détermination mesure le degré de concentration des pannes.

D/ Le coefficient de détermination mesure la variabilité des coûts journaliers autour de la moyenne.

E/ Aucune réponse n'est correcte

**14.** Le coefficient de corrélation entre $C_t$ et $P_t$, noté $\rho(C_t, P_t)$, est égal à :

A/ $\rho(C_t, P_t)$ = +0.93
B/ $\rho(C_t, P_t)$ = -0.97
C/ $\rho(C_t, P_t)$ = +0.99
D/ $\rho(C_t, P_t)$ = -0.89
E/ $\rho(C_t, P_t)$ = +0.85
F/ $\rho(C_t, P_t)$ = -0.81
G/ $\rho(C_t, P_t)$ = +0.73

**15.** Le coefficient de corrélation calculé précédemment montre :

A/ Une corrélation forte et positive.
B/ Une corrélation faible et négative.
C/ Une corrélation faible et positive.
D/ Une corrélation forte et négative.
E/ Aucune corrélation significative
F/ Aucune réponse n'est correcte

**16.** L'expression de l'estimateur des MCO (Moindres carrés ordinaires) du paramètre $\beta$ est :

A/ $\hat{\beta} = \frac{Cov(C_t,P_t)}{V(P_t)}$
B/ $\hat{\beta} = \frac{Cov(C_t,P_t)}{V(C_t)}$
C/ $\hat{\beta} = \frac{Cov(C_t,P_t)}{\sigma_C \sigma_P}$
D/ $\hat{\beta} = \frac{Cov(C_t,P_t)}{\sigma_P}$
E/ $\hat{\beta} = \frac{Cov(C_t,P_t)}{\sigma_C}$

**17.** L'estimateur des MCO (Moindres carrés ordinaires) du paramètre $\beta$ est de l'ordre de :

A/ -0.138
B/ -0.723
C/ -3.383
D/ +3.920
E/ +6.219
F/ +6.933
G/ +9.138
H/ +9.723

**18.** L'estimateur des MCO (Moindres carrés ordinaires) de la constante $\alpha$ est de l'ordre de :

A/ 87.2
B/ 99.7
C/ 106.5
D/ 127.0
E/ 147.3

**19.** Pour déterminer un intervalle de confiance pour le paramètre $\beta$, nous avons besoin de déterminer au préalable une estimation de sa variance qui est égale à $\frac{\hat{\sigma}_\epsilon^2}{n \times V(P)}$. Avec les informations de l'énoncé, pour un seuil d'erreur de 5% et une valeur critique de t-Student de l'ordre de 2.02, nous déduisons l'intervalle de confiance du paramètre $\beta$ suivant:

A/ [-0.230 ; -0.030]
B/ [-0.955 ; -0.591]
C/ [-3.785 ; -3.951]
D/ [3.353 ; 4.488]
E/ [5.651 ; 6.787]
F/ [6.365 ; 7.501]
G/ [8.570 ; 9.706]
H/ [9.155 ; 10.291]

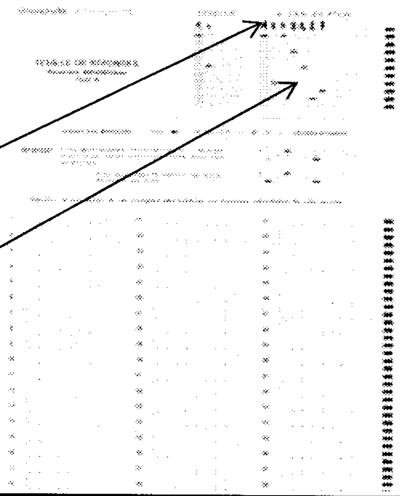
**20.** Nous pouvons conclure, compte tenu de l'intervalle de confiance que :

A/ L'estimation de $\beta$ est significativement différente de zéro.
B/ L'estimation de $\beta$ n'est pas significativement différente de zéro.
C/ Je ne sais pas

## Consignes relatives aux renseignements à reporter sur le formulaire type 9

### Identification

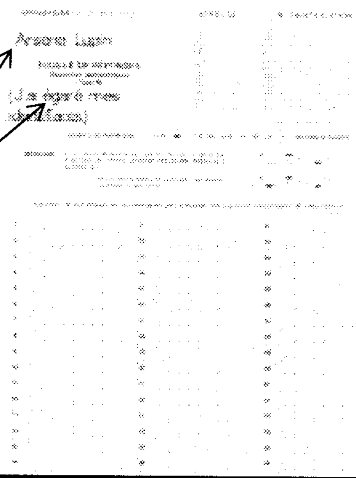
- Inscrivez dans la grille en haut à droite le numéro d'anonymat ou l'identifiant qui vous a été attribué.
- Puis codez chacun de ses caractères dans la colonne qu'il surplombe.
- Ne cochez pas plus d'une case par colonne !
- Le cas échéant, faites de même avec votre code épreuve selon les instructions de vos surveillants.



### Identification

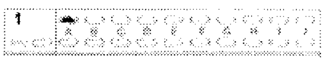
- Si vous ne pouvez utiliser le cadre d'identification, i.e. vous n'avez pas ou vous avez oublié vos identifiants, vous pouvez écrire dans la zone située sous le bloc « Université de Strasbourg», i.e. Nom & Prénom

- N'écrivez jamais dans la marge : votre copie pourrait se voir attribuer une note aléatoire.

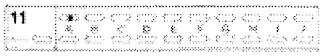


### Codage d'une réponse

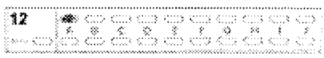
- Pour chaque réponse, deux lignes de dix cases sont proposées.
- La deuxième ligne sert à remplacer si nécessaire la réponse donnée à la première.
- Veillez à noircir correctement les cases de vos réponses pour atteindre le seuil de détection.




sera interprétée correctement en « A »




pourrait être interprétée en « A » ou en abstention




pourrait être interprétée en « A » ou en « AB »