Faculté
des **sciences économiques** et de **gestion**
Université de Strasbourg

Année universitaire 2022-2023

LICENCE 1ère ANNEE
Licence Economie et gestion
Double Licence Mathématiques – Economie et gestion
Double Licence Langues Etrangères Appliquées – Economie et gestion

Semestre 2 – Session 1 / Contrôle terminal / Mai 2023

Matière : Mathématiques II

M. : Stefano Bianchini

Durée : 2h00

Aucun document autorisé

Calculatrices interdites

ATTENTION :

- Le test comporte 2 exercices et 10 questions (QCM)
- Pour chaque question, un seul item est juste
- Des points positifs sont affectés aux bonnes réponses (+1).
- Des points négatifs sont affectés aux mauvaises réponses (-0,25).
- L'absence de réponse ne confère ni point positif ni point négatif.

LES EXERCICES 1 ET 2 À RÉDIGER SUR UNE COPIE ANONYME

ET

POUR LES QUESTIONS 1-10, RÉPONDRE EXCLUSIVEMENT SUR LA FEUILLE DE RÉPONSES TYPE 6
(pas sur la copie d'examen)

Si vous avez reçu un formulaire différent de celui-ci, manifestez-vous auprès des surveillants !

LIRE ATTENTIVEMENT LES CONSIGNES RELATIVES AUX RENSEIGNEMENTS À REPORTER SUR LE FORMULAIRE TYPE 6 (page 2 sur 5)

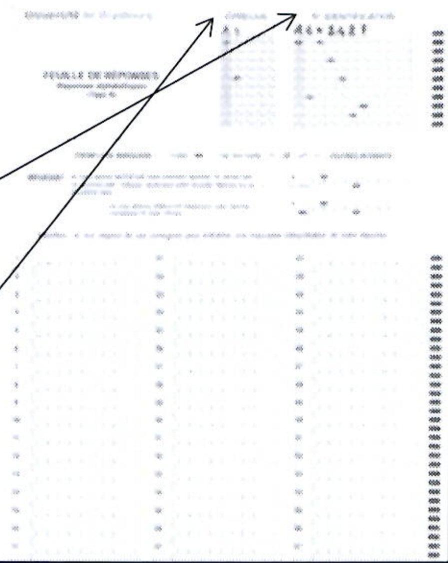
CONSIGNES RELATIVES AUX RENSEIGNEMENTS A REPORTER SUR LE FORMULAIRE TYPE 6 :

À UTILISER : encre noire et bleue détectées

À ÉVITER ABSOLUMENT : feutre et/ou crayon de papier

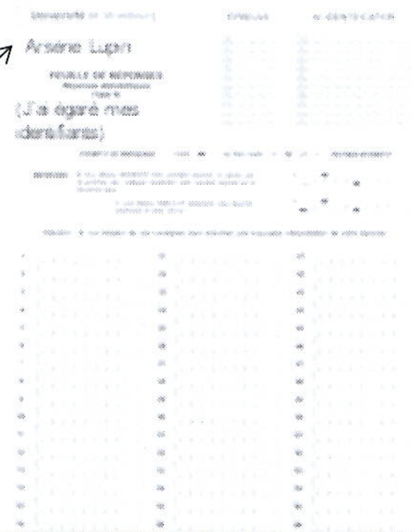
Identification

- Inscrivez dans la grille en haut à droite le numéro d'anonymat ou l'identifiant qui vous a été attribué.
- Puis codez chacun de ses caractères dans la colonne qu'il surplombe.
- Ne cochez pas plus d'une case par colonne !
- Le cas échéant, faites de même avec votre code épreuve selon les instructions de vos surveillants.



Identification

- Si vous ne pouvez utiliser le cadre d'identification, i.e. vous n'avez pas ou vous avez oublié vos identifiants, vous pouvez écrire dans la zone située sous le bloc « Université de Strasbourg», i.e. Nom & Prénom
- N'écrivez jamais dans la marge : votre copie pourrait se voir attribuer une note aléatoire.



Codage d'une réponse

- Pour chaque réponse, deux lignes de dix cases sont proposées.
- La deuxième ligne sert à remplacer si nécessaire la réponse donnée à la première.
- Veillez à noircir correctement les cases de vos réponses pour atteindre le seuil de détection.

sera interprétée correctement en « A »

pourrait être interprétée en « A » ou en abstention

pourrait être interprétée en « A » ou en « AB »

EXERCICE 1 [6 points]

Soit la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$f(x_1, x_2) = x_1^4 - 2x_1^2 + x_2^2$

Déterminer [3pt] et caractériser [3pt] les optima libres de cette fonction.

EXERCICE 2 [4 points]

Il s'agit d'optimiser la fonction $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ sous la contrainte $g(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 = 4$

Déterminer [2 pt] les points stationnaires du problème et caractériser les optima [2 pt]

QUESTION 1

Soient U un sous-ensemble ouvert de $\mathbb{R}^n$ et $f: U \rightarrow \mathbb{R}$. La fonction f admet un maximum strict sur U en x^* si :

A. $f(x^*) \geq f(x), \forall x \in U: x \neq x^*$

B. $f(x^*) \leq f(x), \forall x \in U: x \neq x^*$

C. $f(x^*) = f(x), \forall x \in U: x \neq x^*$

D. Aucune réponse n'est correcte

QUESTION 2

La sensibilité d'une variable dépendante aux variations relatives d'une variable indépendante est donnée par :

A. La dérivée partielle

B. Le gradient

C. La matrice hessienne

D. L'élasticité

QUESTION 3

Si la matrice hessienne d'une fonction n'est pas définie, on peut conclure que :

A. La fonction a un minimum local

B. La fonction a un maximum local

C. La fonction a un point de selle

D. Aucune réponse n'est correcte

QUESTION 4

Si l'élasticité d'une fonction f par rapport à x_i au point x_0 est égale à 2 %, alors :

A. Une augmentation de 0,02 % de la variable x_i entraîne une augmentation de 1 % de la fonction f au voisinage du point x_0

B. Une augmentation de 1 % de la variable x_i entraîne une augmentation de 2 % de la fonction f au voisinage du point x_0

C. Une augmentation de 1 % de la variable x_i entraîne une augmentation de 0,2 % de la fonction f au voisinage du point x_0

D. Une augmentation de 1 % de la variable x_i entraîne une augmentation de 0,02 % de la fonction f au voisinage du point x_0

QUESTION 5

La matrice $A_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ est :

A. Définie négative

B. Définie positive

C. Symétrique

D. Aucune réponse n'est correcte

QUESTION 6

Considérez le problème d'optimisation suivant :

$$\max f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_1 - 8x_2 + 10 \quad \text{s.l.c.} \quad x_1^2 + x_2^2 = 4$$

La condition de qualification de la contrainte (CQC) est :

A. Satisfaite sauf en un point $(x_1, x_2) = (0, 0)$

B. Satisfaite sauf en un point $(x_1, x_2) = (2, 0)$

C. Satisfaite

D. Pas satisfaite

QUESTION 7

Combien de dérivées partielles *différentes* d'ordre deux admet la fonction suivante : $f(x_1, x_2, x_3) = \ln(x_1 x_2 x_3)$

A. 3

B. 4

C. 9

D. On ne peut pas dériver deux fois cette fonction

QUESTION 8

Calculez le(s) point(s) stationnaire(s) de la fonction suivante : $f(x_1, x_2) = 2x_1 + 2x_2 + 2$

A. $\mathbb{R}^2$

B. $(2, 2)$

C. $(0, 0)$ et $(2, 2)$

D. Cette fonction n'admet aucun point stationnaire

QUESTION 9

Calculez la dérivée directionnelle de $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$ au point (2, 1) dans la direction du vecteur $v = (1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2})$

A. $3\sqrt{2}/2$

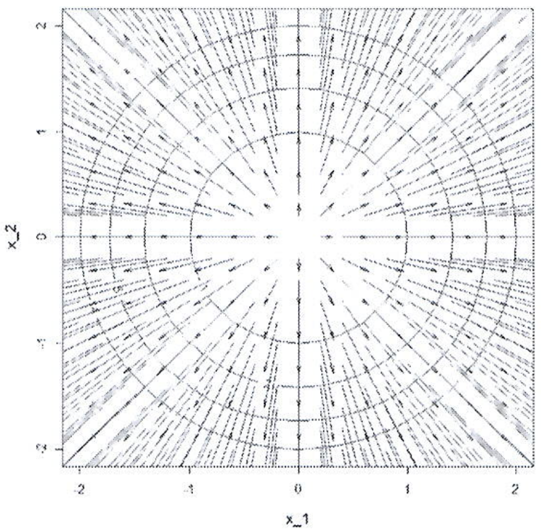
B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}/3$

D. Aucune réponse n'est correcte

QUESTION 10

Considérez le graphe du gradient de la fonction f et le point $x^* = (0,0)$:



Choisissez la bonne réponse :

A. x^* est un minimum

B. x^* est un maximum

C. x^* est un point selle

D. Aucune réponse n'est correcte